Fizyka rozbłysków słonecznych

- wykład nr VII

skrót wybranych slajdów

Krzysztof Radziszewski

Instytut Astronomiczny, Uniwersytet Wrocławski

Podstawowe równania elektromagnetyczne

Równania Maxwella (dla źródeł w próżni) - INTERPRETACJA

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho}$$

<= Prawo Gaussa dla elektryczności

<u>Ładunki elektryczne są źródłem pola elektrycznego</u>

$$\boxed{\nabla \times \vec{B} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\vec{J}}$$

<= Prawo Ampère'a (zmodyfikowane przez Maxwella)

<u>Pole magnetyczne jest wytwarzane przez przepływający prąd oraz zmienne pole elektryczne</u>

$$\boxed{\nabla \times \vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0}$$

<= Prawo indukcji elektromagnetycznej Faradaya

<u>Zmienne w czasie pole magnetyczne wytwarza pole elektryczne</u>

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{B} = 0}$$

<= Prawo Gaussa dla magnetyzmu

<u>Pole magnetyczne jest bezźródłowe</u>

Podstawowe równania elektromagnetyczne

Równania Maxwella zawierają w sposób niejawny **równanie ciągłości**:

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0}$$

które wiąże gęstość ładunku ρ z gęstością prądu $\vec{J}$.

<u>UWAGA</u> - równanie pochodzące z prawa Ampèr'a jest „wadliwym" równaniem, ponieważ zostało ono wprowadzone dla prądów stacjonarnych, dla których spełniony jest warunek: $\nabla \cdot \vec{J} = 0$ *.*

Ogólnym wyrażeniem na dywergencję gęstości prądu jest **równanie ciągłości**, które wiąże prąd z ładunkiem.

Podstawowe równania elektromagnetyczne

Do rozpatrywania ruchu cząstek naładowanych niezbędne jest dodatkowo równanie na **siłę Lorenza**:

$$\boxed{\vec{F} = q\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right)}$$

wyrażające siłę działającą na ładunek q w obecności pól elektromagnetycznych.

$\vec{v}$ - prędkość cząstki

UWAGA:
Wszystkie powyższe równania napisane są w układzie jednostek Gaussa (CGS), który jest układem jednostek elektromagnetycznych.

Podstawowe równania elektromagnetyczne

Makroskopowe równania Maxwella

Dla pola elektromagnetycznego w próżni mamy jedynie podstawowe pola: $\vec{E}$ i $\vec{B}$.

Zdefiniujemy teraz makroskopowe wartości: $\vec{D}$ i $\vec{H}$. Jeżeli średnie wartości elektromagnetyczne ośrodka materialnego opisywać makroskopową polaryzacją $\vec{P}$ i magnetyzacją $\vec{M}$, to ogólne wzory definiujące pola $\vec{D}$ i $\vec{H}$ można zapisać jako:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \lambda \vec{P}$$

- przesunięcie elektryczne (wektor indukcji elektrycznej)

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \lambda' \vec{M}$$

- pole magnetyczne

λ i λ' - są współczynnikami proporcjonalności

ε_0 - przenikalność elektryczna próżni

μ_0 - przenikalność magnetyczna próżni

$\lambda = \lambda' = 1$ lub $\lambda = \lambda' = 4\pi$

Podstawowe równania elektromagnetyczne

Makroskopowe równania Maxwella

Stałe: ε_0 i μ_0 są wartościami dla próżni, a stałe: ε i μ są dla ośrodka makroskopowego. Zatem:

$\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ - to względna przenikalność elektryczna (wartość bezwymiarowa)

$\dfrac{\mu}{\mu_0}$ - to względna przenikalność magnetyczna (wartość bezwymiarowa)

Stąd otrzymujemy, że dla ośrodków izotropowych o odpowiedzi liniowej, prawa polaryzacj można zapisać jako:

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon\, \vec{E}}$$

- przesunięcie elektryczne (wektor indukcji elektrycznej)

$$\boxed{\vec{B} = \mu\, \vec{H}}$$

- pole magnetyczne

Podstawowe równania elektromagnetyczne

Makroskopowe równania Maxwella

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\rho \quad => \quad \nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho$$

$$\nabla \times \vec{B} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\vec{J} \quad => \quad \nabla \times \vec{H} - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\vec{J}$$

$$\nabla \times \vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad => \quad \nabla \times \vec{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad => \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Podstawowe równania elektromagnetyczne

Makroskopowe równania Maxwella w różnych układach jednostek

Table 2

Definitions of ϵ_0, μ_0, D, H, macroscopic Maxwell's equations, and Lorentz force equation in various systems of units

Where necessary the dimensions of quantities are given in parentheses. The symbol c stands for the velocity of light in vacuum with dimensions (lt^{-1}).

System	ϵ_0	μ_0	D, H	Macroscopic Maxwell's Equations				Lorentz Force per Unit charge
Electrostatic (esu)	1	c^{-2} (t^2l^{-2})	$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ $\mathbf{H} = c^2\mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}$	$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho$	$\nabla \times \mathbf{H} = 4\pi\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$
Electro-magnetic (emu)	c^{-2} (t^2l^{-2})	1	$\mathbf{D} = \frac{1}{c^2}\mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}$	$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho$	$\nabla \times \mathbf{H} = 4\pi\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$
Gaussian	1	1	$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ $\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}$	$\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho$	$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}$
Heaviside-Lorentz	1	1	$\mathbf{D} = \mathbf{E} + \mathbf{P}$ $\mathbf{H} = \mathbf{B} - \mathbf{M}$	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c}\left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right)$	$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B}$
Rationalized mks	$\frac{10^7}{4\pi c^2}$ $(q^2t^2m^{-1}l^{-3})$	$4\pi \times 10^{-7}$ (mlq^{-2})	$\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$ $\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M}$	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$	$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$

Jackson, „Elektrodynamika klasyczna”

Podstawowe równania elektromagnetyczne

Pole bezsiłowe (*Force-Free Field*)

Jeśli n cząstek o ładunku elektrycznym q przemieszcza się z prędkością $\vec{v}$ w polu magnetycznym $\vec{B}$, doświadcza działania siły:

$$\vec{F} = \frac{q}{c} n(\vec{v} \times \vec{B})$$

którą nazywamy siłą Lorentz'a. Ponieważ gęstość prądu $\vec{j}$ związana z ruchomym ładunkiem elektryczny q możemy zdefiniować jako:

$$\vec{j} = \frac{q}{c} n\vec{v}$$

zatem siłę Lorentz'a można przedstawić jako:

$$\boxed{\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B}}$$

Podstawowe równania elektromagnetyczne

<u>Pole bezsiłowe (*Force-Free Field*)</u>

W magnetohydrodynamice pole magnetyczne nazywamy bezsiłowym, gdy siła Lorenz'a jest równa zero:

$$\boxed{\vec{j} \times \vec{B} = 0}$$

Używając nierelatywistycznego przybliżenia, możemy podstawić wyrażenie na $\vec{j}$:

$$\vec{j} = \frac{1}{4\pi}\left(\nabla \times \vec{B}\right)$$

do powyższego równania, otrzymując zależność na bezsiłowe pole magnetyczne wyrażone jedynie przez pole magnetyczne:

$$\boxed{\left(\nabla \times \vec{B}\right) \times \vec{B} = 0}$$

(*ponieważ* $\vec{B} = \mu \vec{H}$)

Podstawowe równania elektromagnetyczne

Pole bezsiłowe (*Force-Free Field*)

$$\boxed{\left(\nabla \times \vec{B}\right) \times \vec{B} = 0}$$

Otrzymane równanie jest nieliniowe ($\vec{B}^2$), zatem do obliczania bezsiłowych pól magnetycznych stosujemy prostszą formułę na liniowe bezsiłowe pole (*Linear Force-Free Field*).

Liniowa formuła pokrywa tylko pewien podzbiór możliwych rozwiązań.

Zatem jeśli chcemy osiągnąć bardziej ogólne rozwiązanie, musimy rozwiązać równanie nieliniowe.

Przyczyny powstawania rozbłysków słonecznych

Plazmowy parametr β (*Plasma β-parameter*)

Parametr plazmowy β określenia stosunek ciśnienia termicznego plazmy p_{th} do ciśnienia magnetycznego p_m .

$$\boxed{\beta = \frac{p_{th}}{p_m} = \frac{2\xi n_e k_B T_e}{B^2/8\pi}}$$

ξ - *stopień jonizacji* (ξ *=1 dla korony;* ξ *= 0.5 dla fotosfery)*

n_e - *gęstość elektronowa*

T_e - *temperatura elektronowa*

B - *pole magnetyczne*

k_B - *stała Boltzmanna*

Przyczyny powstawania rozbłysków słonecznych

Plazmowy parametr β (*Plasma β-parameter*)

Parametr plazmowy β określenia stosunek ciśnienia termicznego plazmy p_{th} do ciśnienia magnetycznego p_m .

$$\boxed{\beta = \frac{p_{th}}{p_m} = \frac{2\xi n_e k_B T_e}{B^2/8\pi} \approx 0.07\,\frac{\xi n_9 T_6}{B_1^2}}$$

ξ *- stopień jonizacji (ξ =1 dla korony; ξ = 0.5 dla fotosfery)*

n_9 *- gęstość elektronowa* $n_9 = n_e / 10^9\ \mathrm{cm}^{-3}$

T_6 *- temperatura elektronowa* $T_6 = T/10^6$ K

B_1 *- pole magnetyczne* $B_1 = B/$ 10 Gs

Przyczyny powstawania rozbłysków słonecznych

Plazmowy parametr β (*Plasma β-parameter*)

Parametr plazmowy β określenia stosunek ciśnienia termicznego plazmy p_{th} do ciśnienia magnetycznego p_m .

$$\boxed{\beta = \frac{p_{th}}{p_m} = \frac{2\xi n_e k_B T_e}{B^2/8\pi} \approx 0.07\,\frac{\xi n_9 T_6}{B_1^2}}$$

$$\boxed{\beta \approx 6.94 \cdot 10^{-15}\,\frac{\xi n_e T_e}{B^2}}$$

Przyczyny powstawania rozbłysków słonecznych

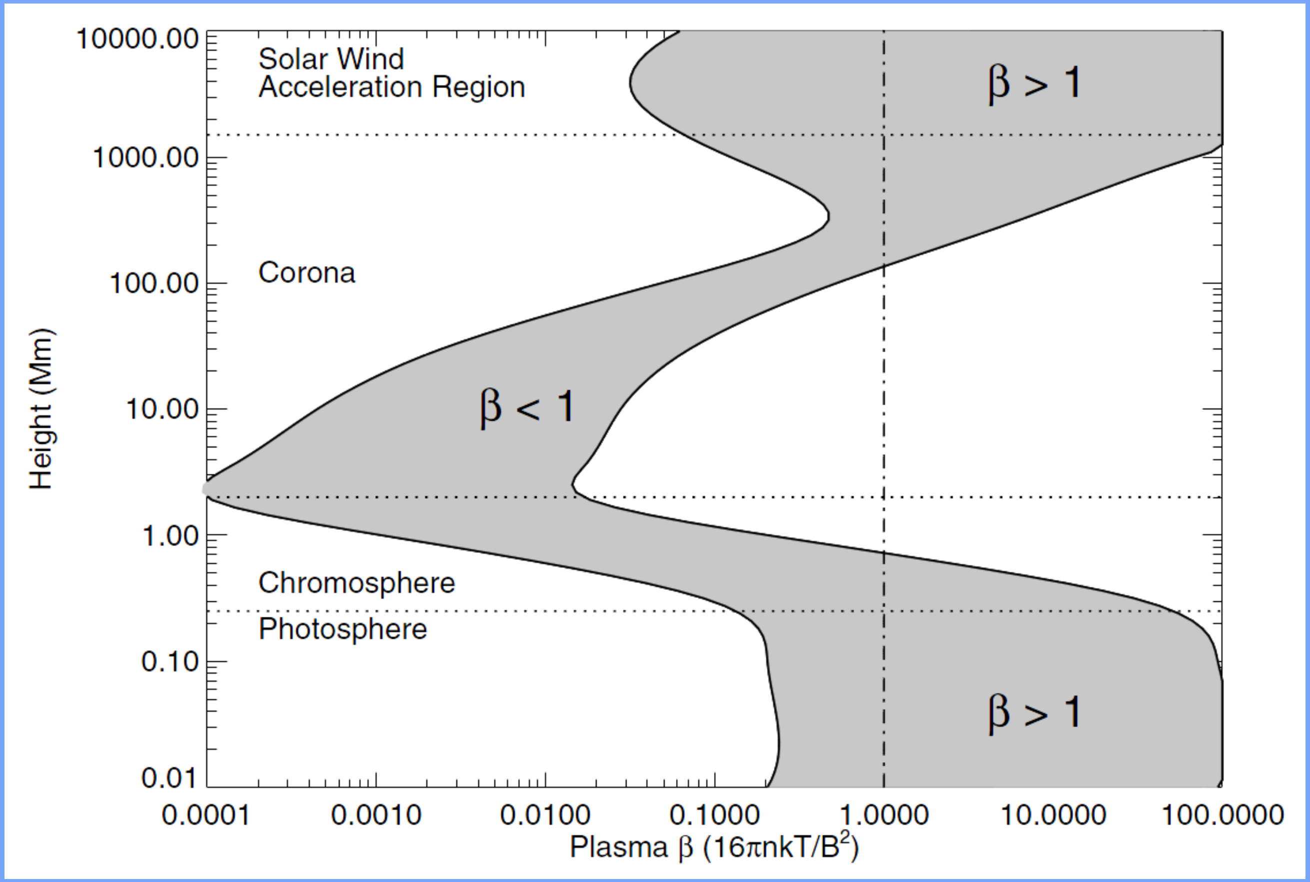
Plazmowy parametr β (*Plasma β-parameter*)

Table 1.1: The plasma-β parameter in the solar atmosphere.

Parameter	Photosphere	Cool corona	Hot corona	Outer corona
Electron density n_e (cm^{-3})	2×10^{17}	1×10^{9}	1×10^{9}	1×10^{7}
Temperature T (K)	5×10^{3}	1×10^{6}	3×10^{6}	1×10^{6}
Pressure p (dyne cm^{-2})	1.4×10^{5}	0.3	0.9	0.02
Magnetic field B (G)	500	10	10	0.1
Plasma-β parameter	14	0.07	0.2	7

Przyczyny powstawania rozbłysków słonecznych

Plazmowy parametr β (*Plasma β-parameter*)



(Gary, 2001)

Zależność plazmowego parametru β dla korony słonecznej przy założonych dwu wartościach pola magnetycznego: 100 Gs i 2500 Gs.