Mechanika nieba - ćwiczenia
Lista 4

1. Cząstka porusza się po kołowej orbicie o promieniu a pod wpływem siły której centrum znajduje się wewnątrz okręgu (ale nie w środku). Największa i najmniejsza prędkość cząstki są równe odpowiednio v_1 i v_2. Udowodnij, że okres obiegu jest równy:
$$\frac{\pi a\,(v_1+v_2)}{v_1 v_2}$$
2. Dwie cząstki P, Q zakreślają taką samą elipsę pod działaniem tej samej siły znajdującej się w punkcie C. Wykaż, że pole trójkąta CPQ jest stałe.
3. ψ jest kątem między wektorem prędkości planety a wektorem prostopadłym do promienia wodzącego. Udowodnij, że
$$tg\psi = \frac{e\sin E}{\sqrt{1-e^2}}$$
4. Dane są mimośród orbity ziemskiej e=0.01673 i jednostka astronomiczna AU=1.495×10^8 km. Znajdź odległość Ziemi od Słońca w peryhelium i aphelium oraz długość małej półosi. Wyznacz również prędkość Ziemi w peryhelium, aphelium oraz w końcach parametru elipsy.
5. Rozwiąż równania:
$$\frac{d^2u}{d\theta^2}+u=\frac{\mu}{c^2} \qquad\qquad \left(\frac{d\rho}{dE}\right)^2-\sigma(h)\rho^2=-\sigma(h)$$
6. W momencie czasu $t=0$, kometa znajduje się w punkcie $x=3.0$ i y=6.0 AU. Odpowiednie składowe prędkości są równe $\dot{x}=-0.2$ oraz $\dot{y}=0.4$ ($\times 29.7846917$ km s^{-2}). Wyznacz elementy orbity a, e, ω oraz T.
7. Wyprowadź równanie Keplera dla orbity hiperbolicznej
8. Przedstaw jedną z metod rozwiązania równania Keplera.