

Mechanika nieba - ćwiczenia

Lista 1

1. Wyraż mimosórod elipsy za pomocą długości małej (b) i wielkiej (a) półosi.
2. Przekształć równanie elipsy

$$\sqrt{(x+ae)^2+y^2} + \sqrt{(x-ae)^2+y^2} = 2a$$

do postaci:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2(1-e^2)} = 1$$

3. Wyprowadź następujące związki:

$$\tan \nu = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin E}{1 - \cos E} \quad \tan \frac{1}{2}\nu = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{1}{2}E$$

4. Znajdź wszystkie styczne do elipsy $9x^2 + 25y^2 = 225$ o współczynniku kierunkowym równym $9/25$.
5. Znajdź wszystkie styczne do hiperboli $x^2 - y^2 = 16$ przechodzące przez punkt $(3, -1/3)$.
6. Wyprowadź równanie stycznej do hiperboli przy znanym współczynniku kierunkowym m.
7. Dane są: ogniska elipsy F_1, F_2 oraz punkt $P(x_1, y_1)$ leżący na elipsie. Wykaż, że kąty utworzone przez odcinki F_1P i F_2P ze styczną do elipsy w punkcie P są sobie równe.
8. Drabina o długości L jest oparta o pionową ścianę. Wykaż, że kiedy drabina zacznie ześlgiwać się po ścianie to wybrany szczebel drabiny zakresli elipsę.
9. Dane są punkty:

$$(1, 50), (11, 58), (20, 63), (30, 60), (42, 59), (48, 52), (54, 46), (61, 42)$$

$$(61, 19), (45, 12), (35, 10), (25, 13), (17, 17), (14, 22), (5, 29), (3, 43)$$

Dopasuj do nich krzywą stożkową używając dowolnej metody.

10. Rozwiń w szereg Maclaurina funkcje:

$$f(x) = \cos x \quad f(x) = \ln(1-x+x^2)$$

11. Oblicz $\sin 10^\circ$ z dokładnością do 0,00001, stosując rozwinięcie funkcji $\sin x$ w szereg potęgowy.
12. Kepler zaproponował geometryczny model Układu Słonecznego, w którym sfery związane z orbitami kolejnych planet powstają przez opisanie na nich wielościanów foremnych. Wykorzystując ten model wyznacz odległości planet od Słońca (w AU) i porównaj ze współczesnymi.