Ćwiczenia z Astronomii Galaktycznej
Lata III i IV astronomii
Lista nr 7

1. Wyznaczanie orbit cząstki próbnej w różnych modelowych polach potencjału $V(\vec{r})$ Galaktyki. Rozwiązać numerycznie równanie ruchu cząstki o masie m

$$m\left[\frac{d}{dt}\right]^2 \vec{r} = -\vec{\nabla}V$$

gdzie $\vec{r}(t)$ oznacza pozycję cząstki w nieruchomym prostokątnym układzie współrzędnych (x, y, z) zaczepionym w środku Galakyki (oś z jest prostopadła do płaszczyzny dysku) dla zadanych warunków początkowych $\vec{r}(0) = (x_0, y_0, z_0)$ i $\vec{v}(0) = (v_{x0}, v_{y0}, v_{z0})$. Rozważyć następujące potencjały:

(i) $V(\vec{r}) = r^2$ (ii) $V(\vec{r}) = -r^{-1}$ (iii) $V(\vec{r}) = r$ (iv) $V(\vec{r}) = -r$

(v) $V(\vec{r}) = \ln(r^2) + \varrho^{-2}$ (vi) $V(\vec{r}) = 0.5V_0^2(\ln(\varrho^2 + (z/q)^2) + (H_z/\varrho)^2)$

(vi) $V(\vec{r}) = 0.5V_0^2 \ln(R_c^2 + x^2 + (y/q)^2)$

gdzie r to odległość od środka Galaktyki, ϱ – odległość od osi rotacji Galaktyki, a V_0, q, H_z i R_c to stałe parametry równe ok. 1. Wykreślić następujące rzuty toru cząstki: $y = y(x)$, $z = z(y)$, $x = x(z)$ i $r = r(z)$ dla każdego potencjału i kilku różnych warunków początkowych. Omówić wpływ warunków początkowych na kształt orbity, jej nachylenie do płaszczyzny dysku itp. Omówić na ile dobrze każdy z powyższych potencjałów opisuje obserwowany rozkład masy w Galaktyce. Omówić jak konkretna postać potencjału wpływa na zamkniętość orbity. No i oczywiście rysunki, wiele ładnych rysunków...

2. Orbita epicykliczna. Niech ruch Słońca wokół środka Galaktyki będzie złożeniem dwóch ruchów: obiegu Słońca po epicyklu wokół epicentrum i obiegu epicentrum (czyli układu LSR) wokół środka Galaktyki. Oszacować promień R_E epicyklu zakładając, że okres obiegu Słońca wokół epicentrum jest równy okresowi obiegu epicentrum wokół środka Galaktyki, czyli $P_E = P_{LSR}$. Potrzebne dane liczbowe, czyli prędkość swoistą Słońca $\vec{v}_{LSR}^{\odot}$ oraz prędkość obiegu LSR v_c, podane zostały na wykładzie. Narysować wynikający z powyższego modelu tor Słońca w rzucie na płaszczyznę dysku galaktycznego.

3. Oscylacje wertykalne. Niech gwiazda znajduje się w odległości z od płaszczyzny dysku oraz w odległości r od osi rotacji Galaktyki. Zakładając, że cała masa M Galaktyki skupiona jest w jej środku, wyznaczyć ruch gwiazdy wzdłuż osi z, tzn. rozwiązać równanie ruchu

$$F_z = m\left[\frac{d}{dt}\right]^2 z$$

gdzie F_z jest składową wertykalną siły grawitacyjnej działającej na gwiazdę, a m masą gwiazdy. W wyniku dostajemy ruch harmoniczny względem płaszczyzny dysku. Co możemy powiedzieć o okresie tego ruchu? W jaki sposób związany jest on z prędkością swoistą gwiazdy? Od czego zależy maksymalne wychylenie z_{max} gwiazdy od płaszczyzny dysku?

4. Wyznaczyć masę 'świecącej' materii w Galaktyce zakładając, że funkcja rozkładu jasności powierzchniowej Galaktyki, SLD, zależy tylko od odległości r od środka Galaktyki i ma postać

$$\mathsf{SLD}(r) = \mathsf{SLD}_\odot \exp(-(r - r_\odot)/\kappa).$$

Przyjąć $\mathsf{SLD}_\odot = 20\ L_\odot/\mathrm{pc}^2$, $\kappa = 3$ kpc, $r_\odot = 8.5$ kpc, oraz stały stosunek masy do jasności $[M/L](r) = [M/L]_\odot = 3$.

Grzegorz Kopacki