Ćwiczenia z Astronomii Pozagalaktycznej
Lata IV i V astronomii
Lista nr 8

Elementy kosmologii newtonowskiej.

1. Rozważyć jednorodny wszechświat o gęstości $\varrho = \varrho(t)$ rozszerzający się zgodnie z prawem Hubble'a, $v = Hr$. Obliczyć całkowitą energię $E_{\rm tot}$ cząstki próbnej oraz tzw. gęstość krytyczną $\varrho_{\rm c}$ wszechświata.

2. Wyznaczyć ewolucję zdefiniowanego wyżej modelu wszechświata dla $E_{\rm tot} = 0$. Wyjaśnić pojęcie skali $R(t)$ mapy wszechświata. Pokazać, że $R(t) \sim t^{2/3}$ oraz $H(t) = 2/(3t)$.

3. Pokazać, że prawo Hubble'a wynika bezpośrednio z założenia o jednorodnej ekspansji wszechświata, a parametr Hubble'a wynosi

$$H(t) = \dot{R}(t)/R(t)\,.$$

4. Pokazać, że

$$\varrho(t) = \varrho_0/R^3(t)\,,$$

gdzie $\varrho_0 = \varrho(t_0)$ a t_0 oznacza chwilę obecną.

5. Wyjaśnić dlaczego dla dużych odległości przesunięcia ku czerwieni, z, nie można interpretować jedynie jako zjawiska Dopplera. Pokazać, że

$$z = \frac{1}{R(t)} - 1\,.$$

6. Pokazać, że spowolnienie $\ddot{R}$ ekspansji powyższego modelu wszechświata dla $E_{\rm tot} = 0$ wynosi

$$\ddot{R}(t) = -\frac{4\pi G}{3}\varrho(t)R(t)\,.$$

7. Pokazać, że parametr spowolnienia $q(t) = \Omega(t)/2$.

8. Rozważyć bilans energetyczny rozszerzejącego się wszechświata w przybliżeniu relatywistycznym, czyli porównać zmiany gęstości energii $u(t)$ z pracą wykonywaną przez gaz wytwarzający ciśnienie $p(t)$. Pokazać, że spowolnienie $\ddot{R}$ ekspansji wszechświata wynosi

$$\ddot{R}(t) = -\frac{4\pi G}{3c^2}[u(t) + 3p(t)]R(t)\,.$$

Omówić otrzymany wynik.

Zachęcam do przeczytania artykułu w książce *New Physics*, 'The inflationary universe' napisanego przez A. Gutha i P. Steinhardta.

Grzegorz Kopacki