Ćwiczenia z Astronomii Pozagalaktycznej
Lata IV i V astronomii
Lista nr 5

1. Pokazać, że w przypadku sferycznie symetrycznego rozkładu masy prędkość $v_{\rm c}$ obiegu po orbicie kołowej o promieniu R wokół środka masy dana jest wzorem

$$v_{\rm c}^2 = GM_R/R.$$

Jakiej zależności należy użyć przy wyznaczaniu $v_{\rm c}(R)$ w przypadku gdy masa jest rozłożona osiowo symetrycznie, czyli gdy mamy do czynienia z rotującym dyskiem galaktyki spiralnej?

2. Rozważyć model rotującej galaktyki złożony z n osiowo-symetrycznych rozkładów materii, $\varrho_i(r,z)$. Pokazać, że prędkość $v_{\rm c}$ rotacji galaktyki wynosi

$$v_{\rm c}^2 = \sum_{i=1}^{n} v_{{\rm c}i}^2,$$

gdzie $v_{{\rm c}i}$, $i = 1,\ldots,n$ to prędkości rotacji wywołane polem poszczególnych składowych masowych.

3. Rozważyć potencjał Φ dysku Galaktyki w postaci

$$\Phi(r,z) = \frac{\Phi_0^2}{2}\ln((r^2+r_0^2)/{\rm kpc}^2 + z^2/h_z^2),$$

gdzie r to odległość od środka Galaktyki, z to odległość od płaszczyzny dysku, a $h_z \approx$ 1 kpc. Wyznaczyć parametry Φ_0 i r_0 wiedząc, że prędkość $v_{\rm c}$ rotacji dysku wynosi: dla $r_\odot$ = 8.5 kpc $v_{{\rm c}\odot}$ = 220 km/s, a dla r = 2 kpc $v_{\rm c}$ = 160 km/s. Naszkicować krzywą rotacji dysku.

4. Wyznaczyć krzywą rotacji dysku Kuzmina (patrz wcześniejsze zadania na ten temat). Narysować tę krzywą używając jednostek: dla potencjału – $\sqrt{GM/a}$, dla odległości od środka – R/a. Na tym samym rysunku naszkicować przebieg $v_{\rm c}(R)$ wyznaczonej z zależności $v_{\rm c}^2 = GM_R/R$.

5. Wyliczyć wartość maksymalną $v_{\rm c,max}$ prędkości rotacji $v_{\rm c}$ dysku Kuzmina z poprzedniego zdania. Masę dysku M zapisać jako funkcję gęstości powierzchniowej w środku dysku ($\Sigma(0)$) oraz prędkości maksymalnej $v_{\rm c,max}$. Wytłumaczyć, jak z tego związku wynika empiryczna zależność Tully-Fisher'a.

6. Pokazać, że krzywa rotacji ($v_{\rm c}(r)$) dysku Mestela jest 'płaska', tzn. nie zależy od r. Dysk ten zadany jest rozkładem jasności powierzchniowej $\Sigma(r) = \Sigma_0 r_0/r$. Pokazać również, że dla dysku takiego spełniona jest równość $v_{\rm c}^2(r) = GM_r/r$, prawdziwa dla sferycznie symetrycznego rozkładu masy.

7. Rozważyć sferycznie symetryczny rozkład masy w postaci $\varrho = \varrho_0\exp(-\Phi(r)/\sigma^2)$, gdzie σ oznacza dyspresję prędkości, a Φ – potencjał grawitacyjny. Używając równania Poissona znaleźć $\varrho(r)$ szukając rozwiązań postaci ar^{-b}, a = const, b = const. Wyznaczyć $M_r(r)$, $v_{\rm c}(r)$. Ponadto, stosując ten model do Drogi Mlecznej (podstawiając słoneczne r i $v_{\rm c}$) wyliczyć gęstość materii w otoczeniu Słońca.

Grzegorz Kopacki