

# PULSACJE GWIAZDOWE

semestr zimowy 2017/2018

Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz

# PRZYBLIŻENIE ADIABATYCZNE

$$\delta Q = 0$$

$$\tau_{KH} / \tau_{dyn} \gg 1$$

$$\tau_{th} = \frac{4\pi r^3 \rho c_p T}{L}, \quad c_p = T \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_p$$

$$\tau_{dyn} = \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

dobrze dla dużych wartości  $M/L$

# PRZYBLIŻENIE QUASI-ADIABATYCZNE

Zmiany entropii ( $T\delta S$ ) wyliczamy z równania

$$T\delta S = \frac{i}{\sigma} \left( \frac{d\delta L}{dm} - \delta\varepsilon \right)$$

zakładając relacje adiabatyczności

$$\frac{\partial P}{P} = \Gamma_1 \frac{\delta\rho}{\rho} \quad \frac{\delta T}{T} = (\Gamma_3 - 1) \frac{\delta\rho}{\rho}$$

i używając adiabatycznych funkcji własnych.

# PRZYBLIŻENIE QUASI-ADIABATYCZNE

Urojona część wartości własnej  $\omega$

$$\text{Im}(\sigma) = \frac{1}{2\sigma_{\text{ad}}^2} \frac{\int_0^M \frac{\delta T}{T} \left( \frac{d\delta L}{dm} - \delta\varepsilon \right) dm}{\int_0^M \xi_r^2 dm}$$

Ogólnie p. q-a. jest dobre poza warstwami zewnętrznymi

## WŁASNOŚCI PULSACJI NIEADIABATYCZNYCH

Liniiowe pulsacje nieadiabatyczne opisywane są przez układ sześciu równań różniczkowych z 6 zmiennymi  $\xi_r, p', T', \delta Q, \Phi', F_r'$ .

Wszystkie wartości własne i funkcje własne są **zespolone**.

**Okres pulsacji** dany jest przez część rzeczywistą wartości własnej:  $\Pi = 2\pi / \Re(\omega)$ .

$\Im(\omega)$  mówi o tym czy zaburzenie narasta czy maleje

Dany mod pulsacji jest opisany przez funkcje własne, (głównie  $y(r)$ ,  $z(r)$ ,  $p(r)$ ,  $f(r)$ ), które pozwalają badać w czasie ewolucje dowolnego zaburzenia.

Opisują one odpowiednio składową radialną i horyzontalną przesunięcia, zmiany ciśnienia i zmiany jasności.

**Abs(f)** - względna zmiana danej wielkości fizycznej

**Arg(f)** - przesunięcie fazowe danej wielkości fizycznej

**W układzie współrotującym z gwiazdą mamy**

$$\begin{aligned}\delta r''(r'', \theta'', \phi'', t) &= r'' y_{nlm}(r'') Y_\ell^m(\theta'', \phi'') \exp(i\omega_{nlm}t), \\ \delta \theta''(r'', \theta'', \phi'', t) &= z_{nlm}(r'') \frac{\partial}{\partial \theta''} Y_\ell^m(\theta'', \phi'') \exp(i\omega_{nlm}t), \\ \delta \phi''(r'', \theta'', \phi'', t) &= \frac{z_{nlm}(r'')}{\sin^2 \theta''} \frac{\partial}{\partial \phi''} Y_\ell^m(\theta'', \phi'') \exp(i\omega_{nlm}t),\end{aligned}$$

$$\frac{\delta P}{P} = p_{nlm}(r'') Y_\ell^m(\theta'', \phi'') \exp(i\omega_{nlm}t)$$

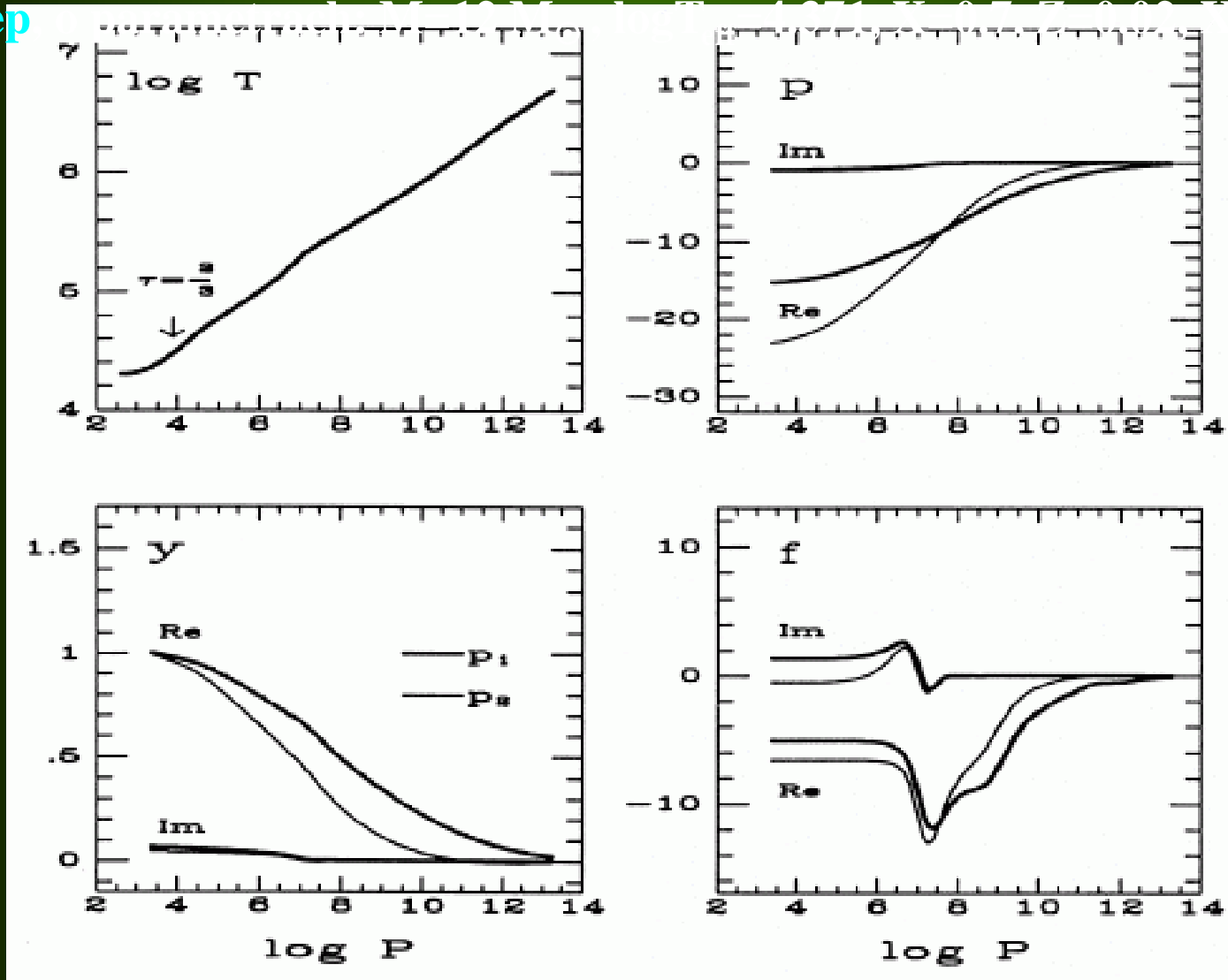
$$\frac{\delta(4\pi r''^2 \mathcal{F})}{L^0} = f_{nlm}(r'') Y_\ell^m(\theta'', \phi'') \exp(i\omega_{nlm}t).$$



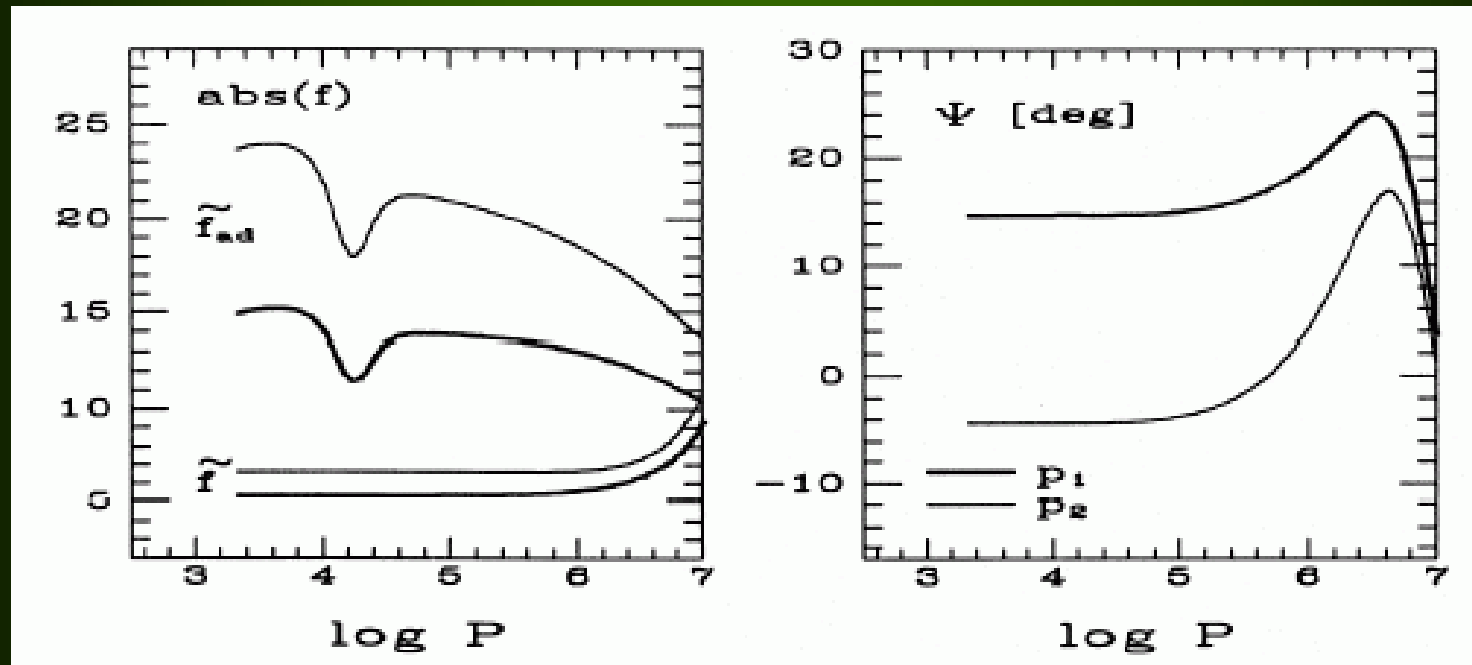
# Radialne funkcje własne dla $\lambda=0$ , $p_1$ i $p_2$ w zewnętrznych warstwach modelu

$\beta$  Cep

$\alpha_c = 0.082$ .



Funkcja zmian jasności  $f$  w podejściu adiabatycznym i nieadiabatycznym (parametry modelu takie same jak na poprzednim slajdzie).



$$\tilde{f}_{ad} = 4 \nabla_{ad} p + 2y \quad \text{Buta \& Smith (1979)}$$

$$\Psi = 180^\circ - \arg(f)$$

w przybliżeniu adiabatycznym  $\Psi = 0^\circ$

Jeśli przyjmiemy, że na powierzchni  $\Re(y_{nlm})=1$ ,  
to **p** i **z** na powierzchni możemy wyrazić przez

$$p_{nlm} \approx -3\sigma_{nlm}^2 - 4 + \frac{\ell(\ell+1)}{3\sigma_{nlm}^2},$$

$$z_{nlm} \approx \frac{1}{3\sigma_{nlm}^2}.$$

## OBSERVABLE NIEADIABATYCZNE

$|f| = \text{abs}(f/y)$  - stosunek lokalnej amplitudy jasności do amplitudy przesunięcia radialnego na poziomie fotosfery

$\psi = \text{arg}(f/y)$  - różnica faz między maksimum blasku a maksimum promienia

## Co nam daje teoria nieadiabatyczna ?

- ✱ jak zmienia się temperatura gwiazdy w czasie pulsacji
- ✱ informacje na temat niestabilności

# WZBUDZANIA MODÓW PULSACJI

**1. samowzbudzanie**

**2. poprzez zewnętrzną siłę**

**Ad. 1.** w gwiazdzie są obszary, które działają jak silnik cieplny

**Ad. 2.** wzbudzenie stochastyczne przez turbulentną konwekcję  
np. oscylacje typu słonecznego

## **PULSACJE SAMOWZBUDZANE (SELF-EXCITED OSCILLATIONS)**

**Ponieważ wartość własna,  $\omega$ , jest zespolona  
zależność czasowa oscylacji ma postać**

$$\cos(\omega_R t) \exp(\omega_I t)$$

**znak  $\omega_I$  mówi o tym czy zaburzenie narasta czy maleje.**

**$\omega_I \geq 0$     amplituda oscylacji rośnie  
 $\omega_I < 0$     amplituda oscylacji maleje**

$\omega_I \geq 0$  mod jest liniowo niestabilny (niestabilność pulsacyjna)

$\omega_I < 0$  mod jest tłumiony (stabilność pulsacyjna )



## Szacowanie $\omega_I$

wyrażenie na  $p'$  zapisujemy postaci

$$\begin{aligned}\frac{p'}{p} &= \Gamma_1 \frac{\rho'}{\rho} + \xi_r \left( \frac{d \ln p}{dr} - \Gamma_1 \frac{d \ln \rho}{dr} \right) + \frac{i}{\omega} \frac{\Gamma_3 - 1}{p} (\rho \epsilon - \operatorname{div} \mathbf{F})' \\ &= \frac{p'_{\text{ad}}}{p} + \frac{i}{\omega} \frac{\Gamma_3 - 1}{p} (\rho \epsilon - \operatorname{div} \mathbf{F})',\end{aligned}$$

gdzie

$$p'_{\text{ad}} = p \Gamma_1 \frac{\rho'}{\rho} + \xi_r p \left( \frac{d \ln p}{dr} - \Gamma_1 \frac{d \ln \rho}{dr} \right)$$

# Szacowanie $\omega_I$

równanie ruchu

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \delta \mathbf{r}}{\partial t^2} = \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p' + \rho_0 \mathbf{g}' + \rho' \mathbf{g}_0$$

zapisujemy w postaci

$$-\rho \omega^2 \delta \mathbf{r} = -\nabla p'_{\text{ad}} + \rho \mathbf{g}' + \rho' \mathbf{g} - \frac{i}{\omega} \nabla [(\Gamma_3 - 1)(\rho \epsilon - \text{div } \mathbf{F})']$$

## Szacowanie $\omega_I$

Możemy więc napisać

$$\omega^2 \delta \mathbf{r} = \mathcal{F}_{\text{ad}}(\delta \mathbf{r}) + \delta \mathcal{F}(\delta \mathbf{r}) ,$$

gdzie

$$\mathcal{F}_{\text{ad}}(\delta \mathbf{r}) = \frac{1}{\rho} \nabla p'_{\text{ad}} - \mathbf{g}' - \frac{\rho'}{\rho} \mathbf{g} ,$$

$$\delta \mathcal{F}(\delta \mathbf{r}) = \frac{i}{\omega \rho} \nabla [(\Gamma_3 - 1)(\rho \epsilon - \text{div } \mathbf{F})']$$

Czyli efekt nieadiabatyczności możemy traktować jako zaburzenie operatora adtabatycznego  $\mathcal{F}_{\text{ad}}$

## Szacowanie $\omega_I$

efekt odejścia od adiabaty czności  
na częstotliwość liczymy z równania

$$\delta\omega^2 \simeq \frac{\langle \delta\mathbf{r}_0, \delta\mathcal{F}(\delta\mathbf{r}_0) \rangle}{\langle \delta\mathbf{r}_0, \delta\mathbf{r}_0 \rangle}$$

czyli

$$\delta\omega^2 = \frac{i \int_V \delta\mathbf{r}^* \cdot \nabla [(\Gamma_3 - 1)(\rho\epsilon - \operatorname{div} \mathbf{F})'] dV}{\int_V \rho |\delta\mathbf{r}|^2 dV}$$

Po przekształceniach dostaniemy

$$\delta\omega = \frac{i}{2\omega^2} \frac{\int_V \frac{\delta\rho^*}{\rho} (\Gamma_3 - 1) (\rho\varepsilon - \operatorname{div} \mathbf{F})' dV}{\int_V \rho |\delta\mathbf{r}|^2 dV} .$$

$$\delta\omega = i\omega_1$$

$$\omega_1 \simeq \frac{1}{2\omega^2} \frac{\int_V \frac{\delta\rho^*}{\rho} (\Gamma_3 - 1) \delta(\rho\varepsilon - \operatorname{div} \mathcal{F}) dV}{\int_V \rho |\delta\mathbf{r}|^2 dV}$$

## Interpretacja wyrażenia na $\omega_I$

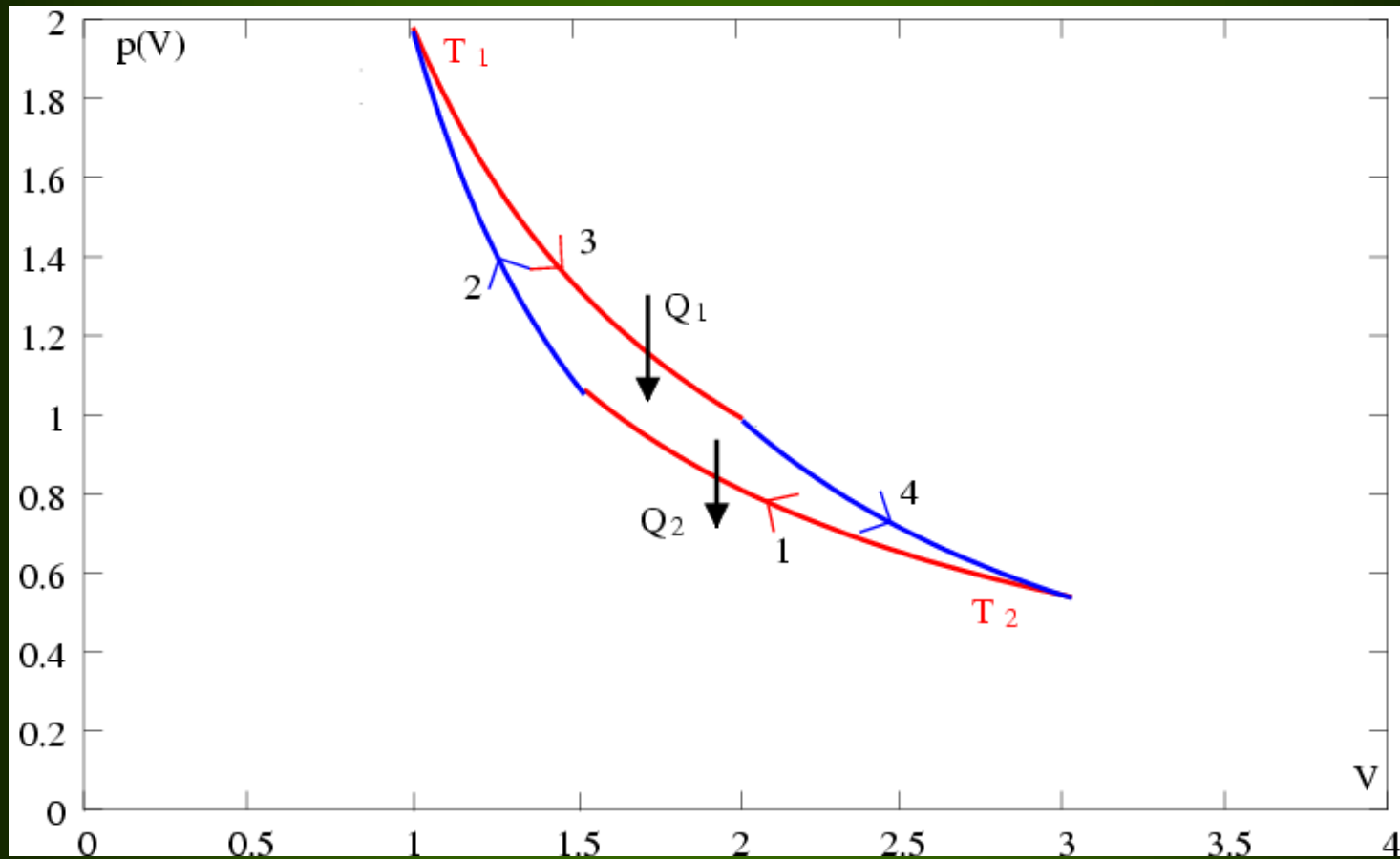
**Dodatni wkład do napędzania pochodzi od tych warstw, które pobierają ciepło w fazie maksymalnego sprężenia.**



**Miejsce, gdzie  $\delta\rho/\rho$  i  $\delta(\rho\varepsilon - \text{div}F)$  mają ten sam znak.**

**Jest to warunek na pobieranie energii mechanicznej w maszynie cieplnej ( cykl Carnota).**

# cykl Carnota



Rozpatrzmy całkę pracy,  $W$ , która jest energią netto uzyskaną przez mod w czasie jednego cyklu oscylacji:

$$\frac{dE}{dt} = \int_0^M \frac{\delta T}{T} \frac{d\delta Q}{dt} dM_r = \int_0^M \frac{\delta T}{T} \delta \left[ \varepsilon - \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \mathcal{F}_R \right] dM_r$$

gdzie

$$E = \frac{1}{2} \int \left[ (\mathbf{v}')^2 + \left( \frac{p'}{\rho c} \right)^2 + \frac{g^2}{N^2} \left( \frac{p'}{\Gamma_1 \rho} - \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 \right] dM_r$$

$$W = \oint \frac{dE}{dt} dt = \frac{\pi}{\omega} \int_0^M \left[ \frac{\delta T}{T} \delta \varepsilon - \frac{\delta T}{T} \delta \left( \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \mathcal{F}_R \right) \right] dM_r$$

$W > 0$  energia pulsacji rośnie



**Energia pulsacji zmienia się w wyniku perturbacji tempa reakcji nuklearnych oraz strumienia energii.**

$\delta\varepsilon$  - **mechanizm  $\varepsilon$**  (zależność palenia od temperatury i gęstości)

ponieważ

$$\int_0^M \frac{\delta T}{T} \delta\varepsilon dM_r = \int_0^M \varepsilon \left( \varepsilon_T + \frac{\varepsilon_\rho}{\Gamma_3 - 1} \right) \left( \frac{\delta T}{T} \right)^2 dM_r$$

$$\varepsilon_T = \left( \frac{\partial \ln \varepsilon}{\partial \ln T} \right)_\rho \approx 4 - 30$$

$$\varepsilon_\rho = \left( \frac{\partial \ln \varepsilon}{\partial \ln \rho} \right)_T \approx 1 - 2$$

$$\Gamma_3 - 1 \approx \frac{2}{3}$$

człon ten ma zawsze wkład dodatni do całki pracy, ale jest on prawie zawsze nieistotny

Zaniedbując  $\delta\epsilon$ , możemy zapisać całkę pracy w postaci

$$W = - \int d^3x \nabla_{\text{ad}} \oint dt \text{Re} \left[ \left( \frac{\delta P}{P} \right)^* \delta \text{div} \mathbf{F}_R \right]$$

Jeśli założymy przybliżenie dyfuzyjne, to

$$\delta \text{div} \mathbf{F}_R = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{d \delta L_r}{dr}$$

gdzie  $L_r$  oznacza lokalną moc promieniowania

$$\frac{\delta L_r}{L_r} = \frac{dr}{d \ln T} \frac{d}{dr} \left( \frac{\delta T}{T} \right) - \frac{\delta \kappa}{\kappa} + 4 \left( \frac{\delta T}{T} + \frac{\delta r}{r} \right)$$

1

2

3

Wyrażenie to jest ściśle dla pulsacji radialnych.

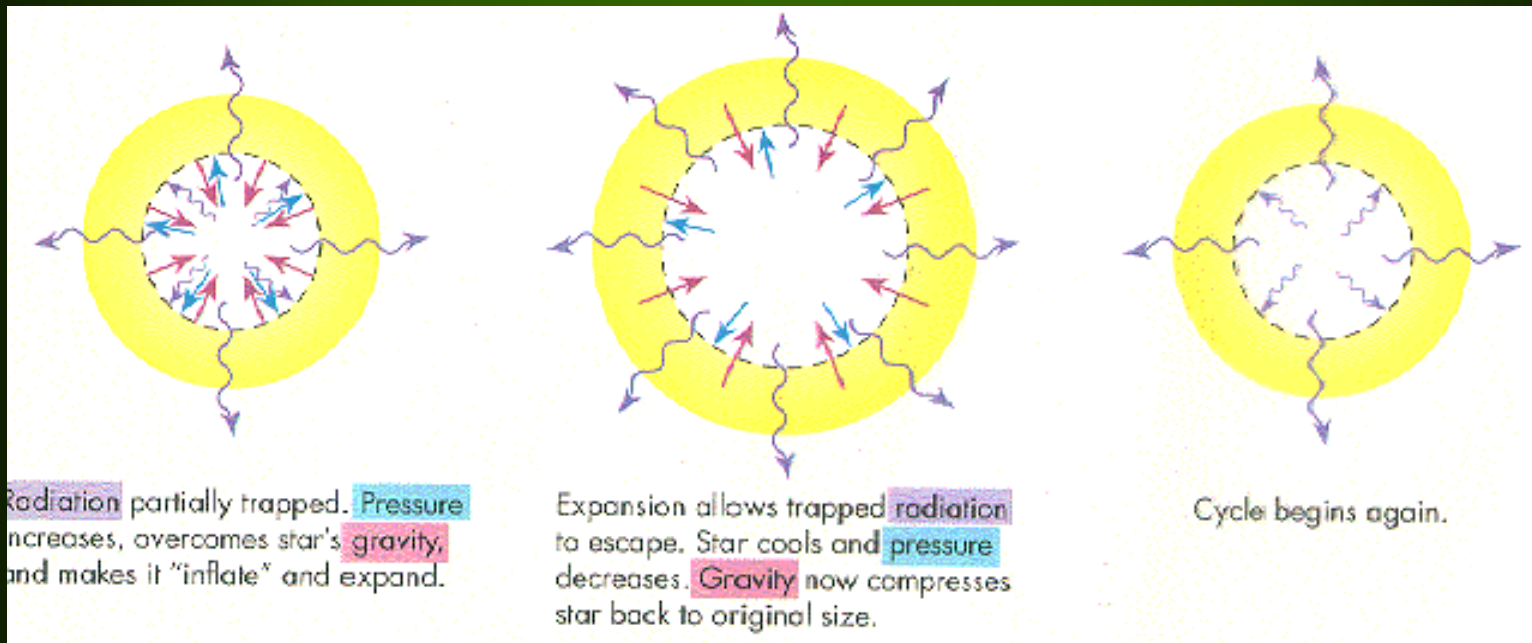
1 straty promieniste  $\rightarrow$  stabilizacja

2 efekt  $\kappa$

3 efekt  $r$  – w czasie kompresji całkowita powierzchnia zmniejsza się  $\Rightarrow$  wkład dodatni efekt  $\gamma$  - bezpośredni wpływ temperatury na zmiany jasności. W strefach częściowej jonizacji wzrost temperatury jest mniejszy, bo  $\gamma$  ma zredukowaną wartość.

## Mechanizm zaworu Eddingtona (1926)

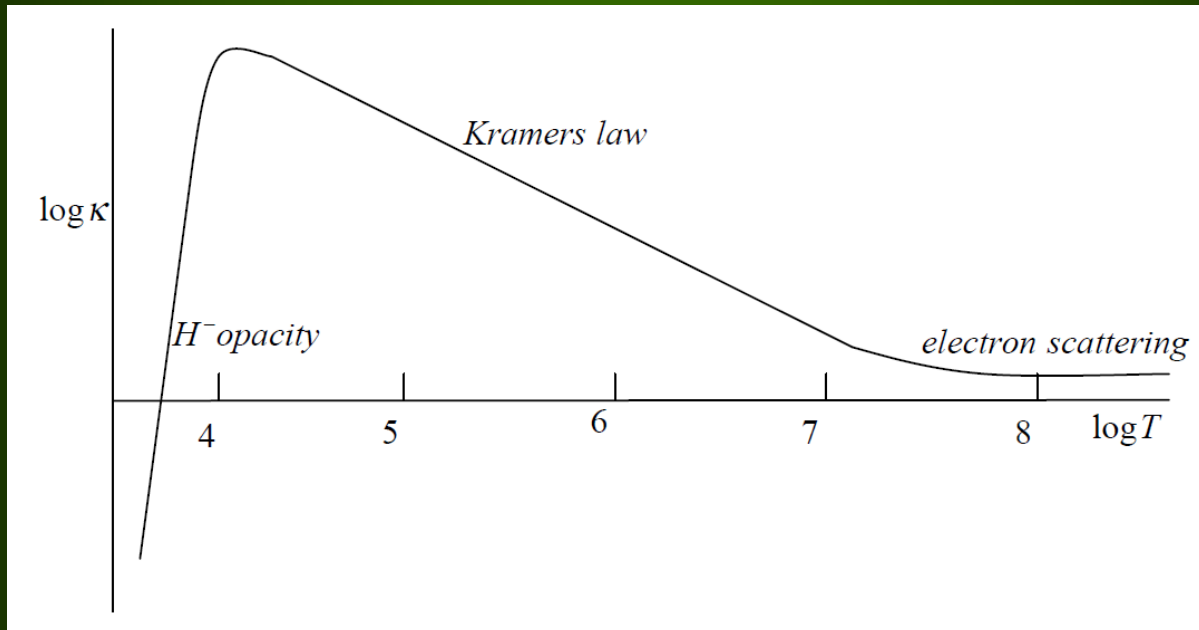
- ☀️ Warstwa sprężona jest bardziej nieprzezroczysta i magazynuje energię płynącą w kierunku powierzchni. Warstwa jest wypychana na zewnątrz.
- ☀️ Ekspandująca otoczka staje się bardziej przezroczysta i uwieszone ciepło ucieka. Warstwa opada.



**Czyli  $\kappa$  musi wzrastać z kompresją !**

**Ale w większości obszarów gwiazdy gorętszy gaz jest bardziej przezroczysty.**

**wzór Kramersa:  $\kappa \sim \rho T^{-3.5}$**



**???**

## Mechanizm nieprzezroczystości Zhevakina (1953)

**Mechanizm zaworu może działać w strefach częściowej jonizacji.**

- ✿ Gdy gaz jest sprężany, dostarczane ciepło jest zużywane na dalszą jonizację a nie na wzrost temperatury. Natomiast wzrost gęstości powoduje wzrost  $\kappa$ .
- ✿ Podczas ekspansji, temperatura nie maleje znacząco, gdyż jony rekombinują z elektronami i uwalniają energię.  $\kappa$  maleje z malejącą gęstością.



## MECHANIZM KAPPA

Mechanizm **kappa** może działać tylko tam, gdzie mamy lokalne maksima współczynnika  $\kappa$ .

W obszarach takich strumień promieniowana może być blokowany i zamieniany na energię kinetyczną pulsacji.

**Strumień wpływający jest większy od wypływającego !**

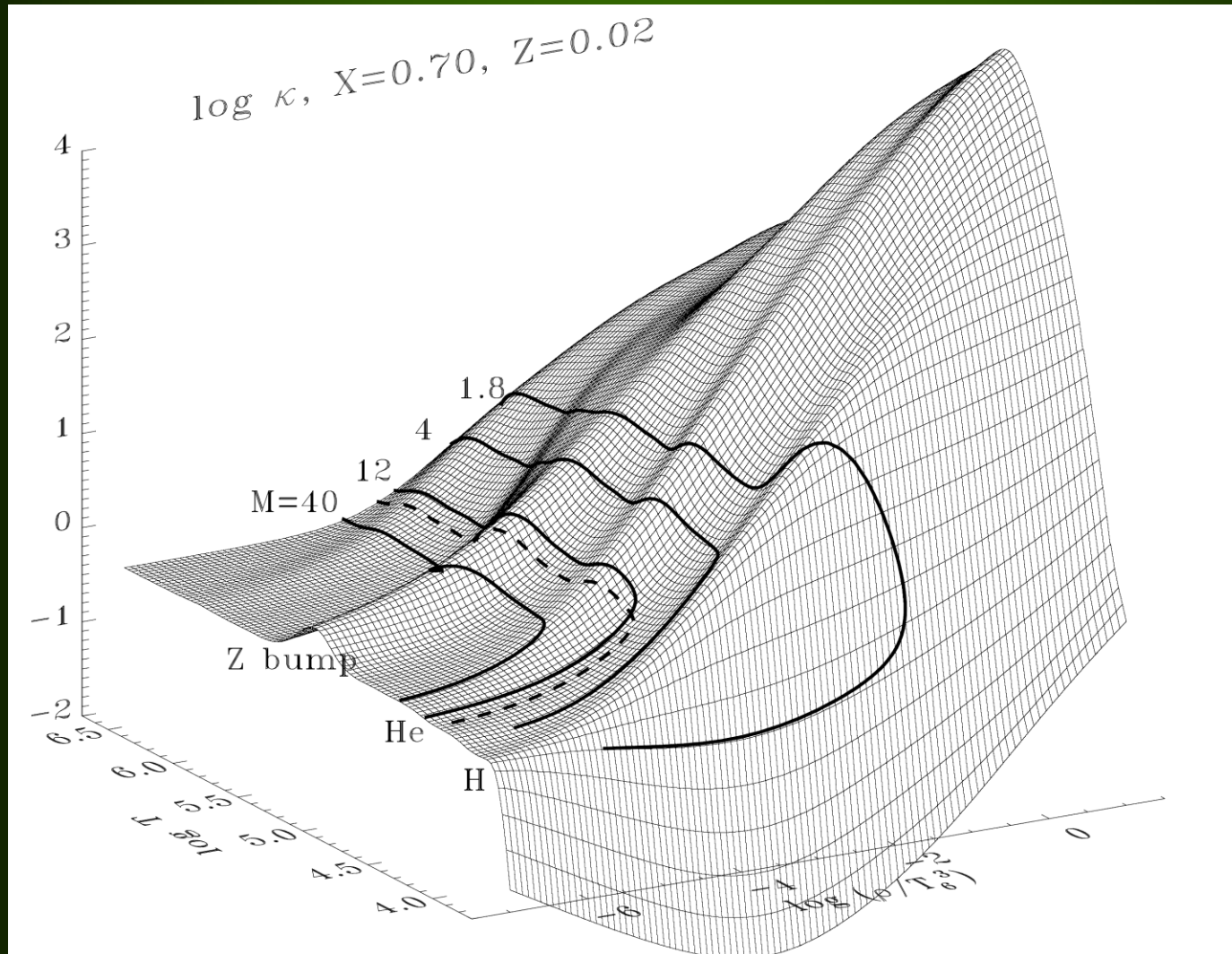
## MECHANIZM KAPPA

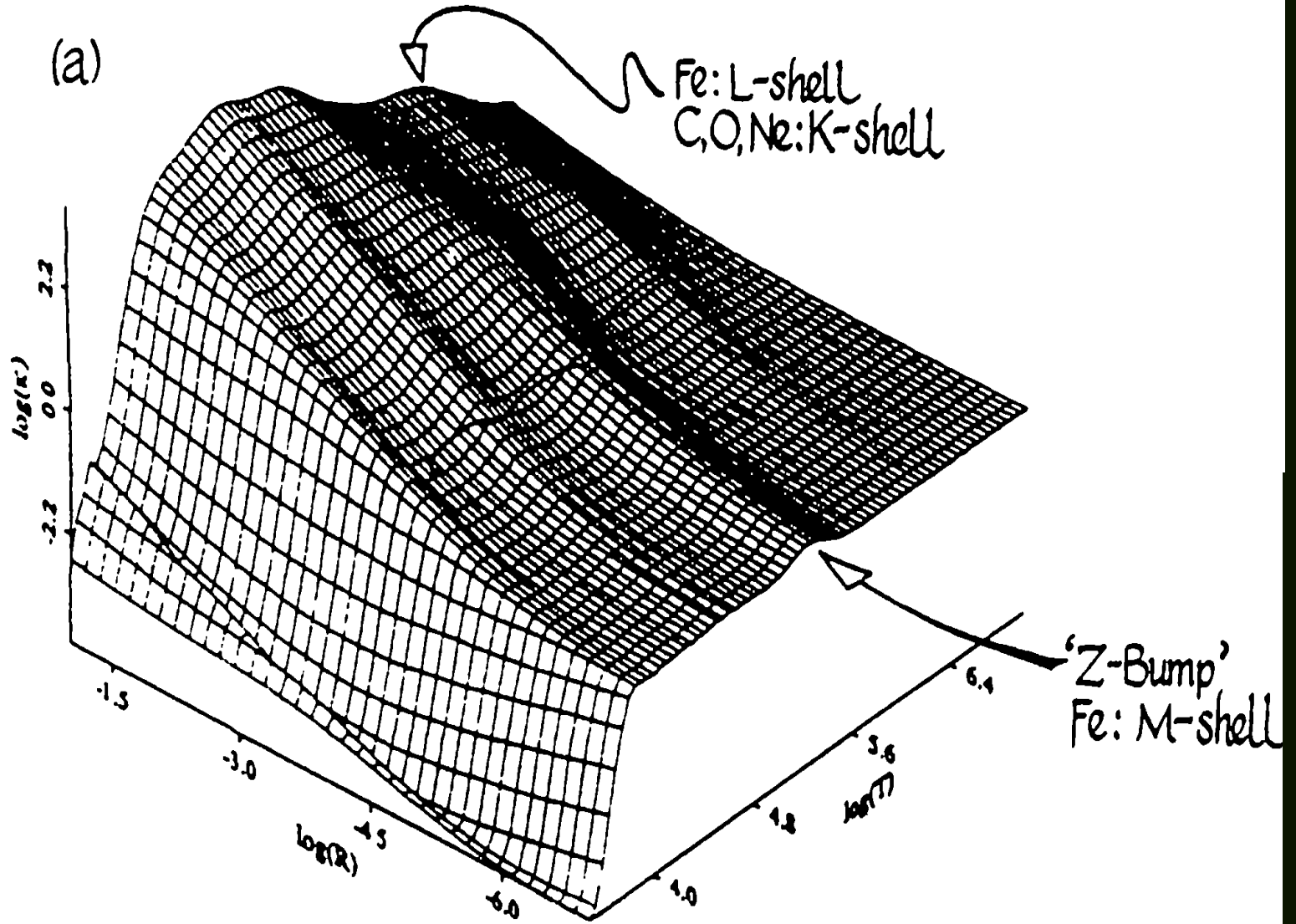
Dla napędzania pulsacji najważniejsze jest zachowanie współczynnika nieprzezroczystości  $\kappa$ , oraz jego pochodnych  $\kappa_T$  i  $\kappa_\rho$ , gdzie

$$\kappa_T = (\partial \ln \kappa / \partial \ln T)_\rho$$

$$\kappa_\rho = (\partial \ln \kappa / \partial \ln \rho)_T$$

Nieprzezroczystość,  $\kappa$ (OPAL), w zależności od  $\log T$  i  $\log \rho/T_6^3$  ( $T_6 = T/10^6$ ).





Mamy cztery główne maksima współczynnika  $\kappa$

$T = 1.0 - 1.2 \cdot 10^4$  K – jonizacja **wodoru**



$T = 4.5 - 5.0 \cdot 10^4$  K – druga jonizacja **helu**



$T = 1.5 - 2.0 \cdot 10^5$  K – absorpcja przez wzbudzone jony **metali** głównie z grupy Fe (przejścia związane-związany w atomach) „Z-bump”

$T = 1.5 - 2.0 \cdot 10^6$  K – częściowa jonizacja C(V,VI), O(VII,VIII),  
Ne + Fe

DOB - „deep opacity bump”

**W różnych modelach gwiazdy maksima te występują w okolicach tych samych temperatur, ale na różnych głębokościach geometrycznych i przy różnych gęstościach.**

**Maksimum  $\kappa$  związane z metalami** było przez długi czas nieznane.  
**Zostało odkryte dopiero w roku 1992 przez dwa zespoły:**

**OPAL – kilkoro fizyków z Livermore: F. J. Rogers, C.A.Iglesias i in.**

**1990 ApJ 360, 221**

**1992 ApJ 397, 717; ApJS 79, 507**

**1994 Science 263, 50**

**1996 ApJ 456, 902**

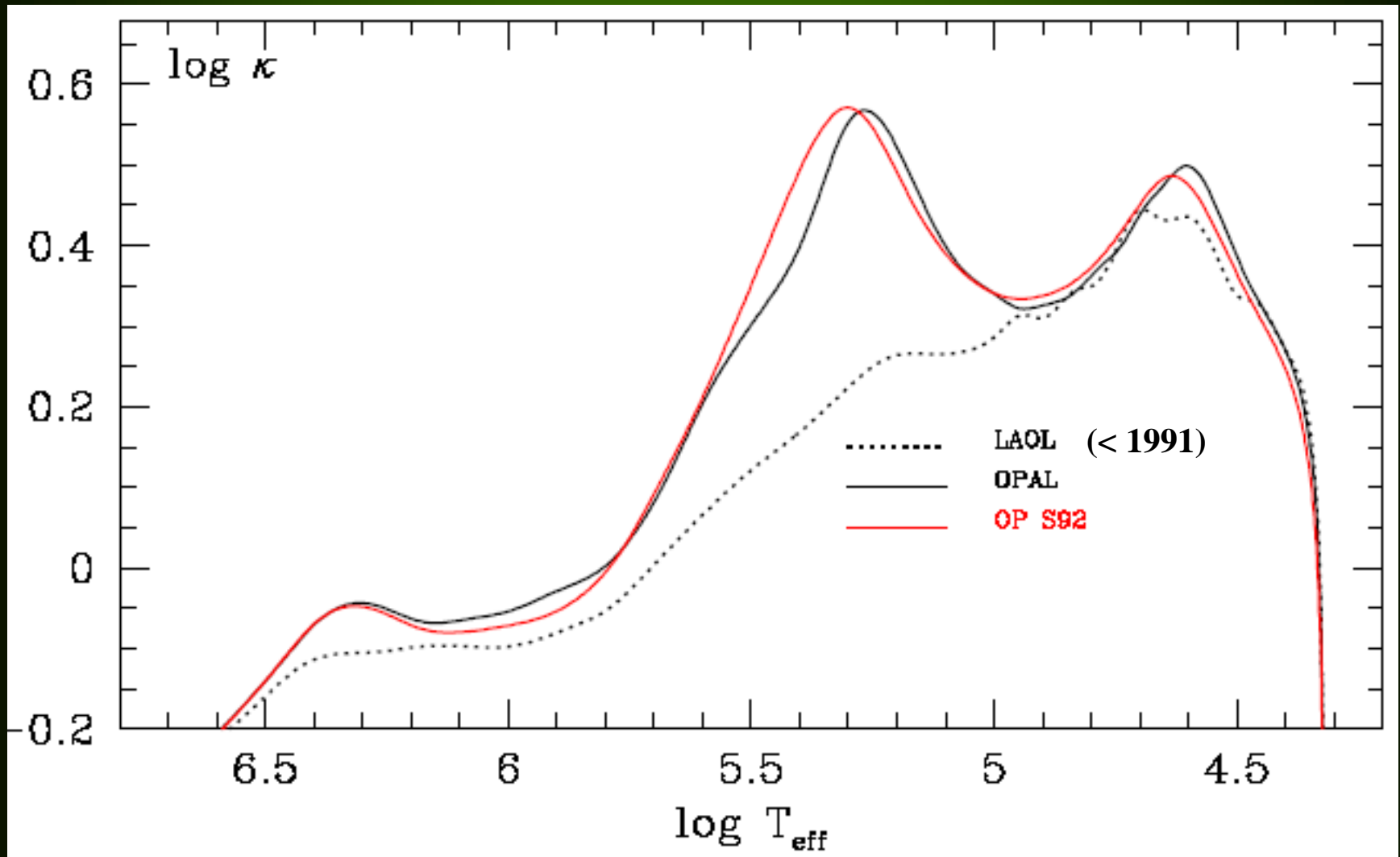
**OP (Opacity Project) – międzynarodowy zespół fizyków  
kierowany przez M. J. Seaton**

**1993 MNRAS 265, L25**

**1996 MNRAS 279, 95**

**2005, MNRAS 362, L1**

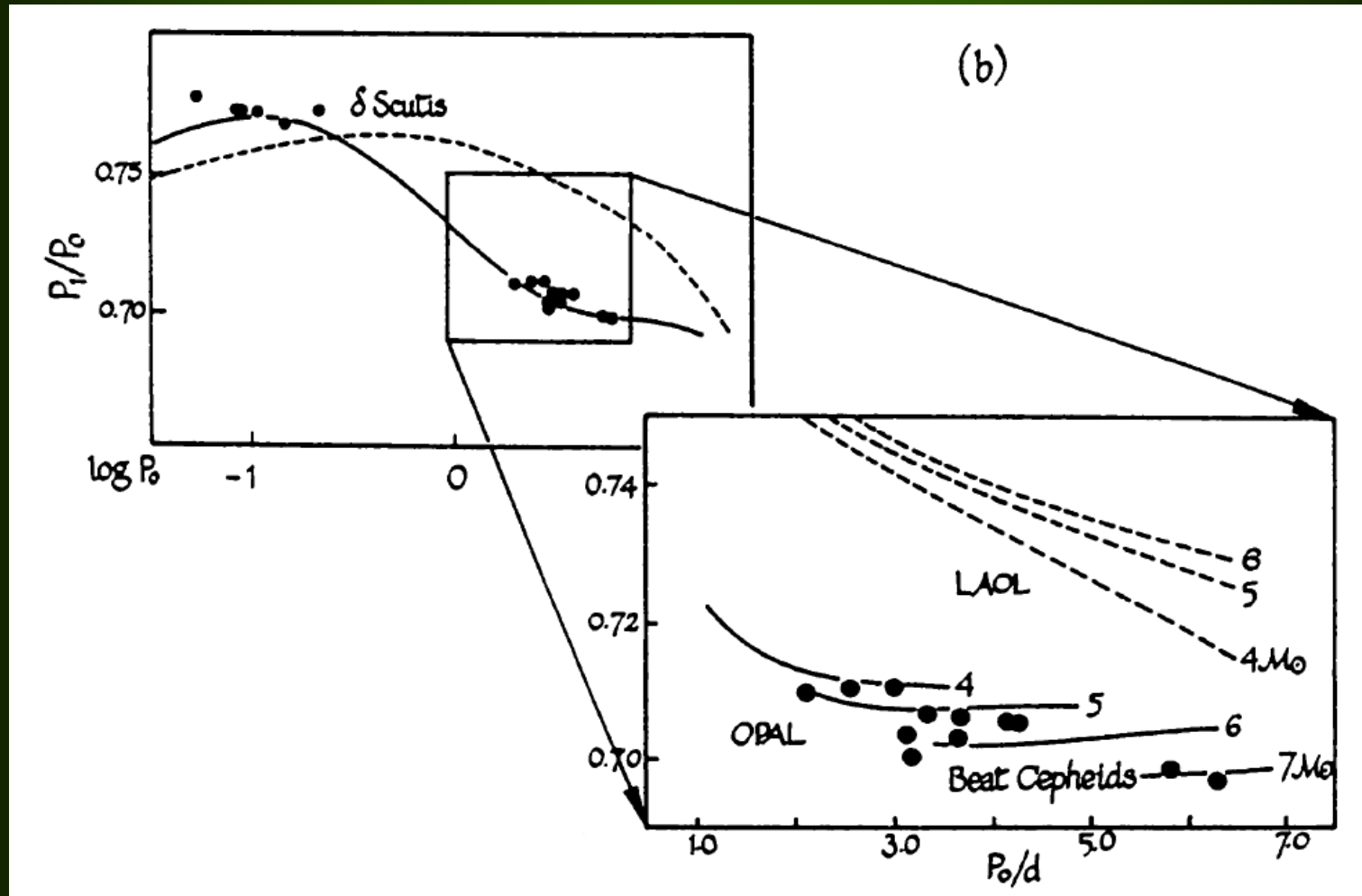
„Opacity” wewnątrz modelu  $\beta$  Cephei ( $M=12 M_{\odot}$ ,  $X=0.70$ ,  $Z=0.02$ ):  
OP (Seaton et al.) vs. OPAL (Livermore) vs. LAOL (Los Alamos)





**Simon (1982) - zwiększenie nieprzezroczystości w okolicy  $T=10^5$  K pozwoliłoby na wyjaśnienie pulsacji gwiazd typu B oraz pewnych rozbieżności w cefeidach klasycznych**

# Diagram Petersena ( $P_1/P_0$ vs $\log P_0$ ) dla dwumodalnych gwiazd $\delta$ Scuti i Cefeid klasycznych dla tablic LAOL i OPAL



LAOL – Los Alamos Opacity Library

## WŁAŚCIWOŚCI MECHANIZMU KAPPA

Mechanizm **kappa** działa tam, gdzie  $\delta\kappa/\kappa$  zmienia się szybko z promieniem.

Obszar, gdzie  $\kappa_T + \kappa_\rho / (\Gamma_3 - 1)$  wzrasta na zewnątrz ma wkład dodatni do napędzanie pulsacji.  
W przeciwnym wypadku mamy tłumienie.

Decydujące znaczenie ma pochodna  $\kappa_T$  !

Mechanizm **kappa** i **gamma** są ze sobą powiązane.

**Ponadto muszą być spełnione dwa następujące warunki:**

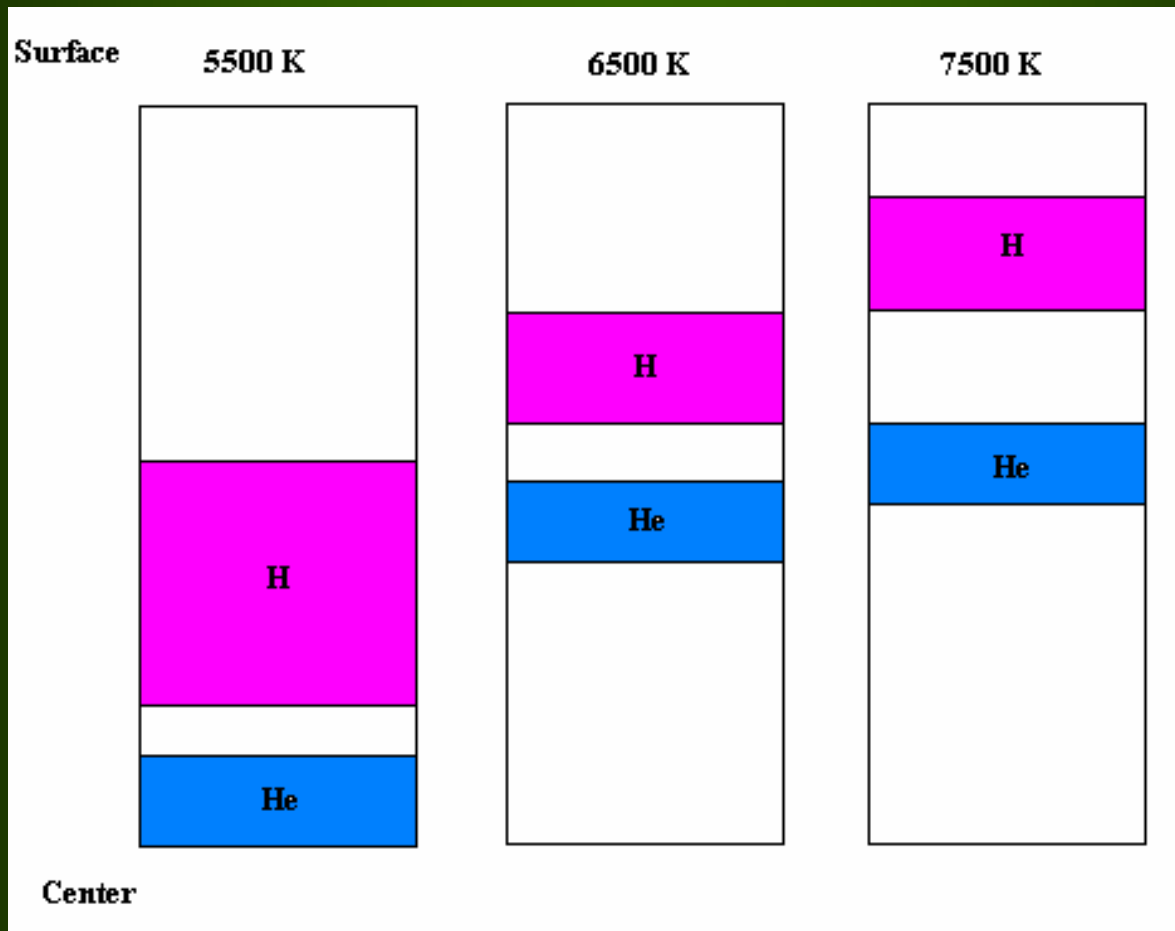
- ① Amplituda oscylacji musi być względnie duża i zmieniać się wolno w obszarze napędzania.**
- ② Termiczna skala czasowa ( $\tau_{th}$ ) w obszarze napędzania musi być porównywalna lub dłuższa od okresu pulsacji ( $\tau_{puls}$ ). W przeciwnym wypadku obszar będzie w równowadze termicznej.**

Warunki te oznaczają, że warstwa napędzająca musi znajdować się na **odpowiedniej** głębokości geometrycznej.

Warstwa położona zbyt  **płytko**  $\Rightarrow$  ilość energii zaabsorbowanej przez rzadką materię może być niewystarczająca dla podtrzymania pulsacji

Warstwa położona zbyt  **głęboko**  $\Rightarrow$  amplituda zmian temperatury jest bardzo mała i warstwa pochłonie zbyt mało energii, aby być wydajna

Rozważmy  $\log L/L_{\odot} \approx 3$  i trzy wartości temperatur:

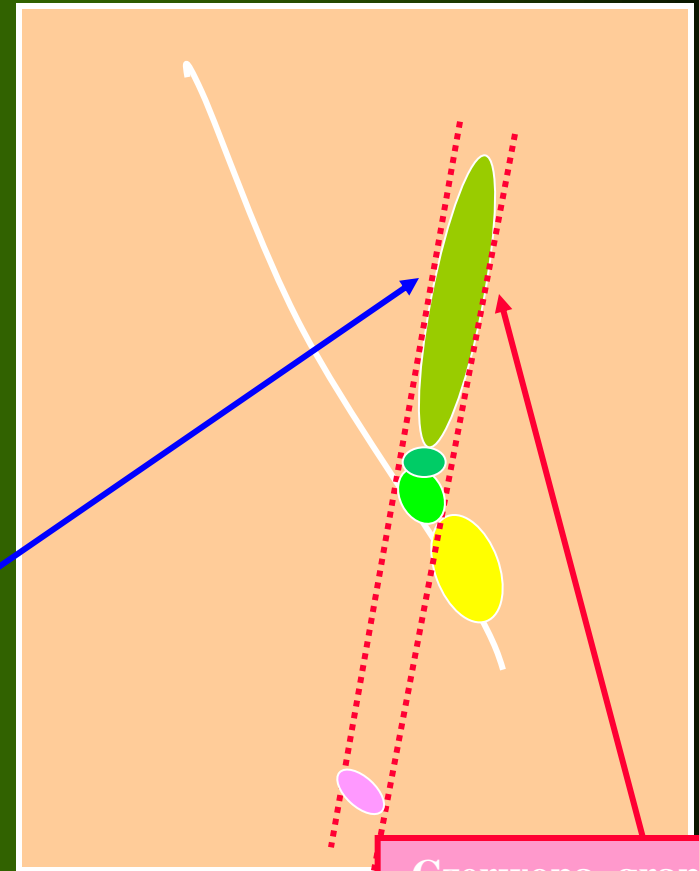


Gwiazda gorętsza niż  $T_{\text{eff}} \sim 7500\text{K}$   
ma strefy częściowej jonizacji  
zbyt blisko powierzchni.

W gwiazdzie chłodniejszej niż  
 $T_{\text{eff}} \sim 5500\text{K}$  konwekcja powstrzymuje  
gromadzenie ciepła i ciśnienia.

Niebieska granica  
klasycznego pasa  
niestabilności

$\log (L/L_{\odot})$



Czerwona granica  
klasycznego pasa  
niestabilności

**Cefeidy, W Vir, RR Lyr,  $\delta$  Sct, RV Tau** -- mechanizm  $\kappa+\gamma$   
związany z warstwą jonizacji HeII (Baker & Kippenhahn 1962)

**$\beta$  Cep, SPB, sdBV** -- klasyczny mechanizm  $\kappa$  związany z liniami metali grupy żelaza (Fe, Ni, Mn, Cr). Pierwsze obliczenia: Cox et al., Kiriakidis et al., Moskalik & Dziembowski (1992) z tablicami OPAL (Iglesias et al. 1990, Rogers & Iglesias 1992). Ale dopiero następne prace z ulepszoną wersją tablic OPAL, Dziembowski & Pamyatnykh(1993), Gautschy & Saio (1993), nie wymagały założenia bardzo wysokiej obfitości metali.



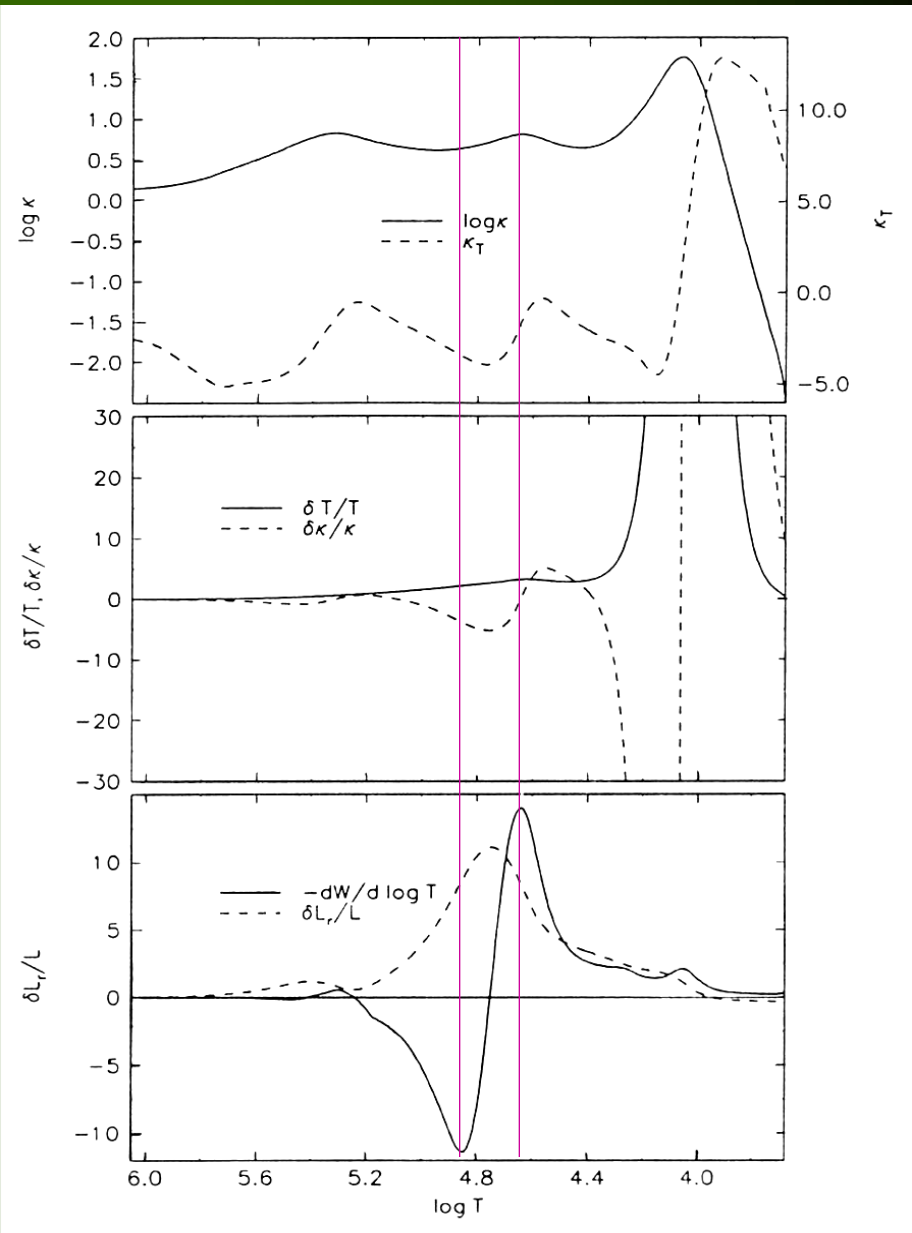
**Miry, roAp** -- warstwa jonizacji H

**białe karły DA** -- warstwa jonizacji H

**białe karły DB** -- warstwa jonizacji HeII

**białe karły DO i PNNV** – jonizacja C(V,VI) i O(VII,VIII)

**Działanie mechanizmu  $\kappa$  dla modelu Cefeidy o parametrach:  $M=6M_{\odot}$ ,  $\log T_{\text{eff}}=3.75$ ,  $\log L/L_{\odot}=3.32$ , dla  $\lambda=0$ ,  $p_1$ ,  $P=5.5$  [d]. Wartość  $\log T=6$  odpowiada  $r/R=0.26$ .**



## Mechanizm $\kappa$ w gwiazdach pulsujących ciągu głównego

Bierzemy trzy reprezentatywne modele:

$\beta$  Cep --  $M = 12 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 23800$  K

SPB --  $M = 4 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 12450$  K

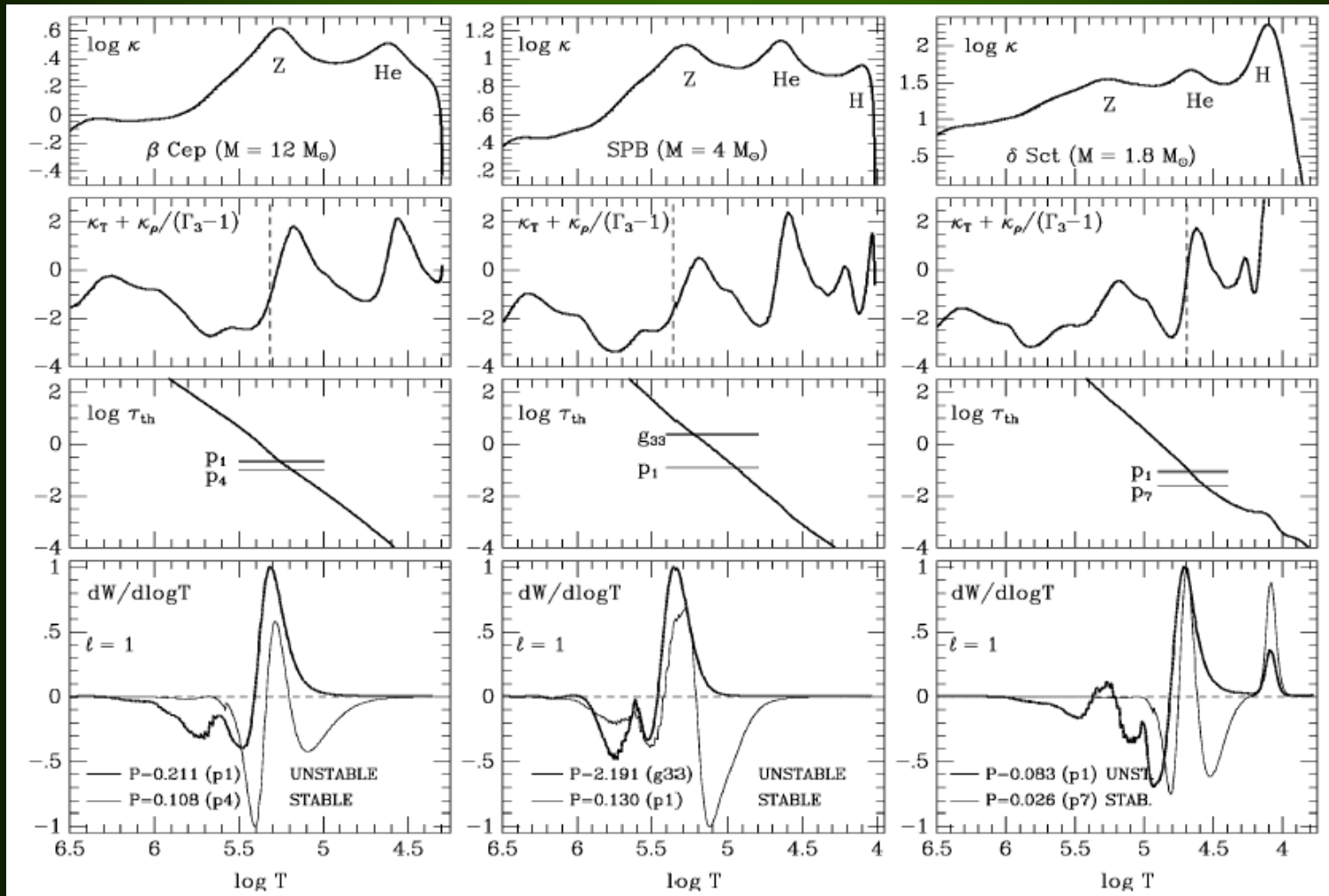
$\delta$  Sct --  $M = 1.8 M_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 7280$  K

$\kappa$ , pochodne  $\kappa_T + \kappa_\rho / (\Gamma_3 - 1)$ , termiczna skala czasowa  $\tau_{th}$  (w dniach) i pochodna całki pracy dla modów  $\lambda=1$  dla trzech typów zmiennych.

$\beta$  Cep

SPB

$\delta$  Sct



Niestabilne **mody  $\lambda=1$**  dla poszczególnych modeli:

$\beta$  Cep -- mody  $p_1$ - $p_3$  o okresach od 0.211 do 0.153 dnia

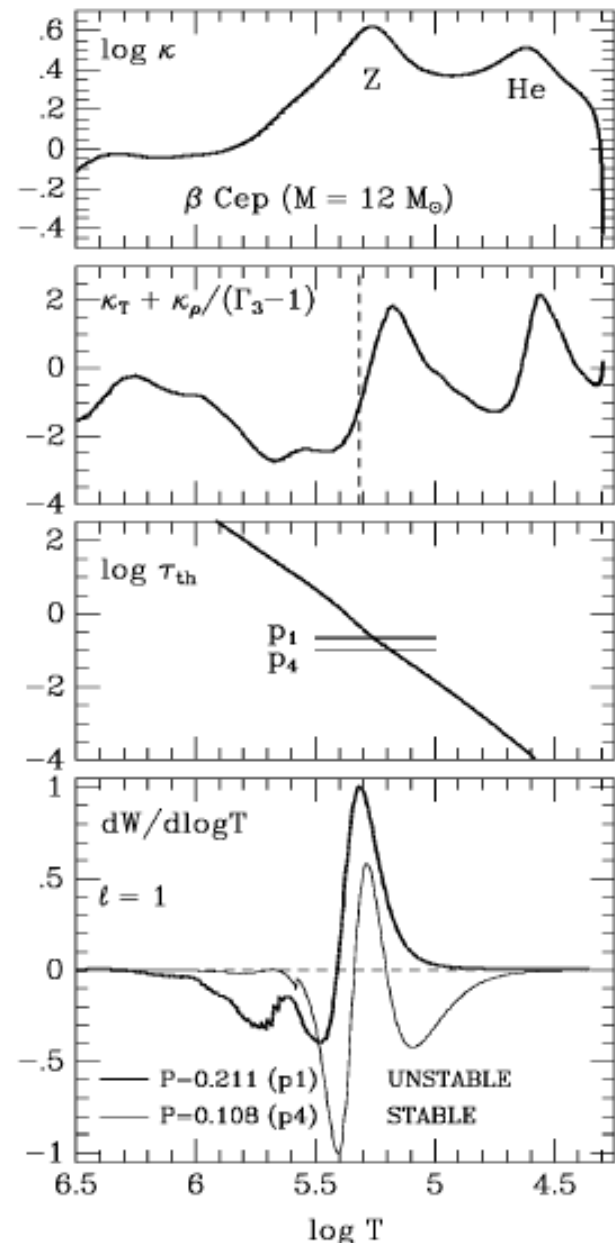
SPB -- mody  $g_{53}$  -  $g_{22}$  o okresach od 3.489 do 1.482 dnia

$\delta$  Sct -- mody  $g_2$ ,  $g_1$  oraz  $p_1$ - $p_6$  o okresach od 0.104 do 0.052 dnia

W modelu  $\beta$  Cep termiczna skala czasowa jest porównywalna z okresem pulsacji modów p o niskich owertonach.

Mody akustyczne o wysokich rzędach, n, są stabilne, ponieważ mają bardzo krótkie okresy i zaczyna działać tłumienie nad obszarem „bumpu” metalowego.

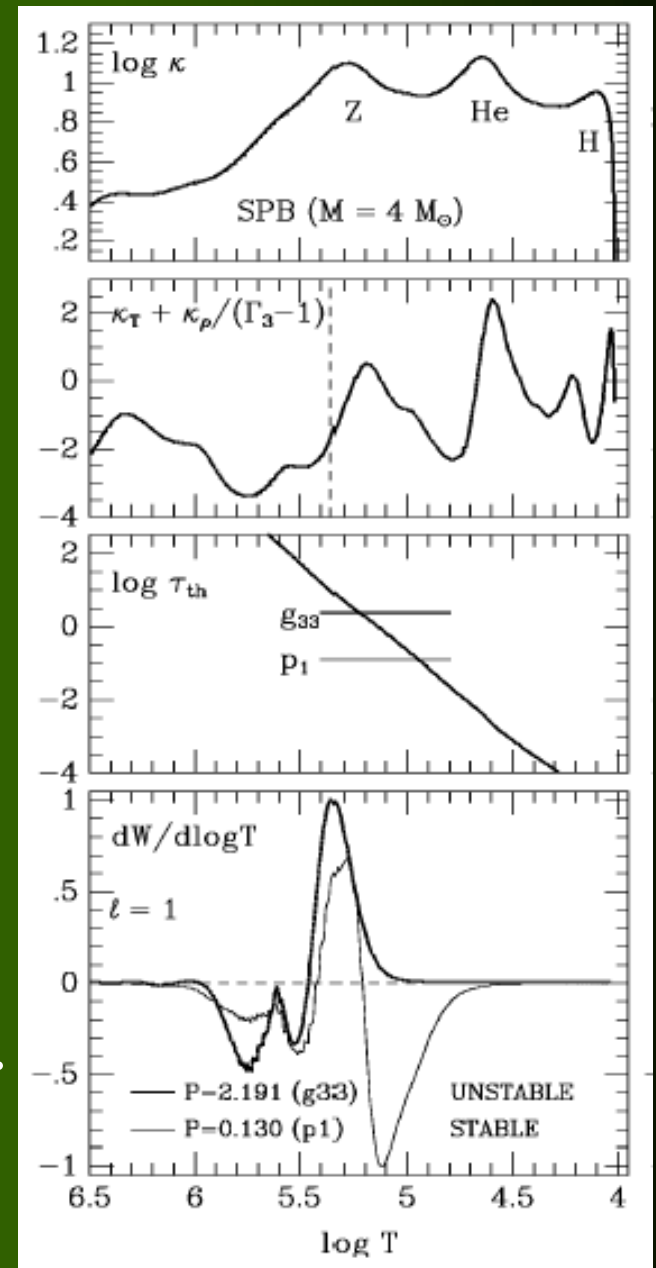
Mody grawitacyjne o dłuższych okresach są stabilne, z powodu warunku na termiczną skalę czasowych oraz silniejszego tłumienia poniżej obszaru „bumpu” metalowego.



W modelu **SPB**, termiczna skala czasowa w obszarze „bumpu” metalowego jest 20x dłuższa, gdyż jest on położony dużo głębiej.  $\tau_{th}$  jest porównywalna z modami g o wysokich owertonach.

Mody p i g niskich rzędów są stabilny, ponieważ dla tak krótkich okresów zaczyna działać warstwa tłumiąca znajdująca się pomiędzy „bumpem” metalowym i helowym.

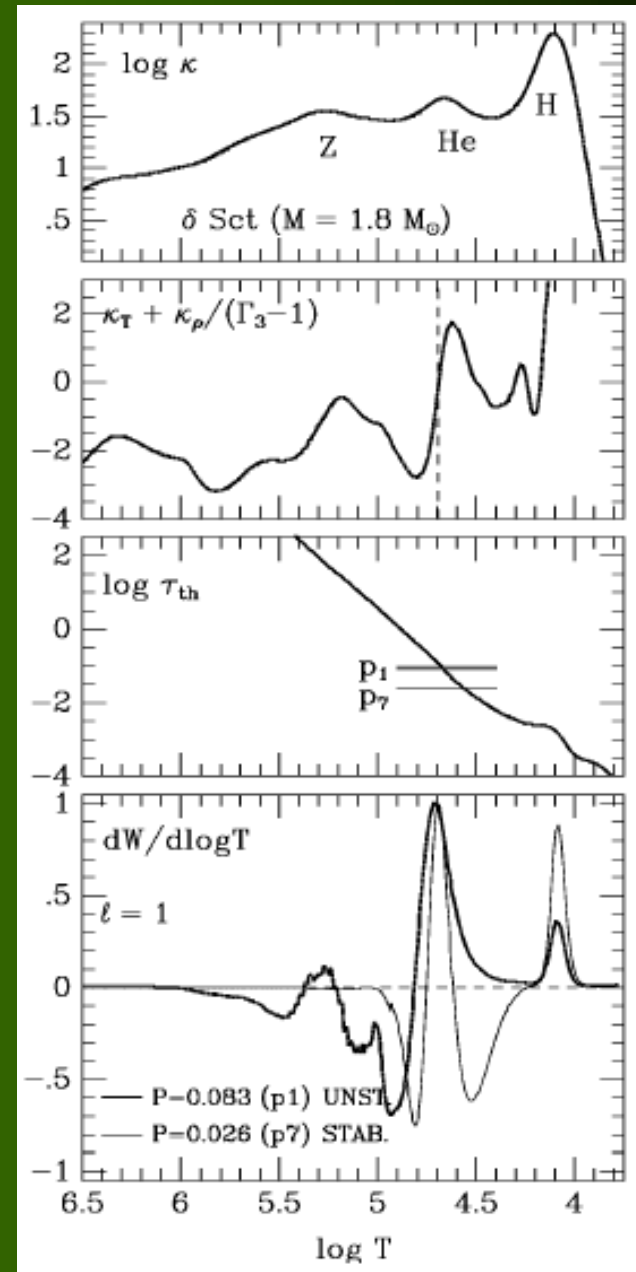
Widmo modów grawitacyjnych jest bardzo gęste.



W modelu  $\delta$  Sct wzbudzone są mody p i g niskich rzędów radialnych, n.

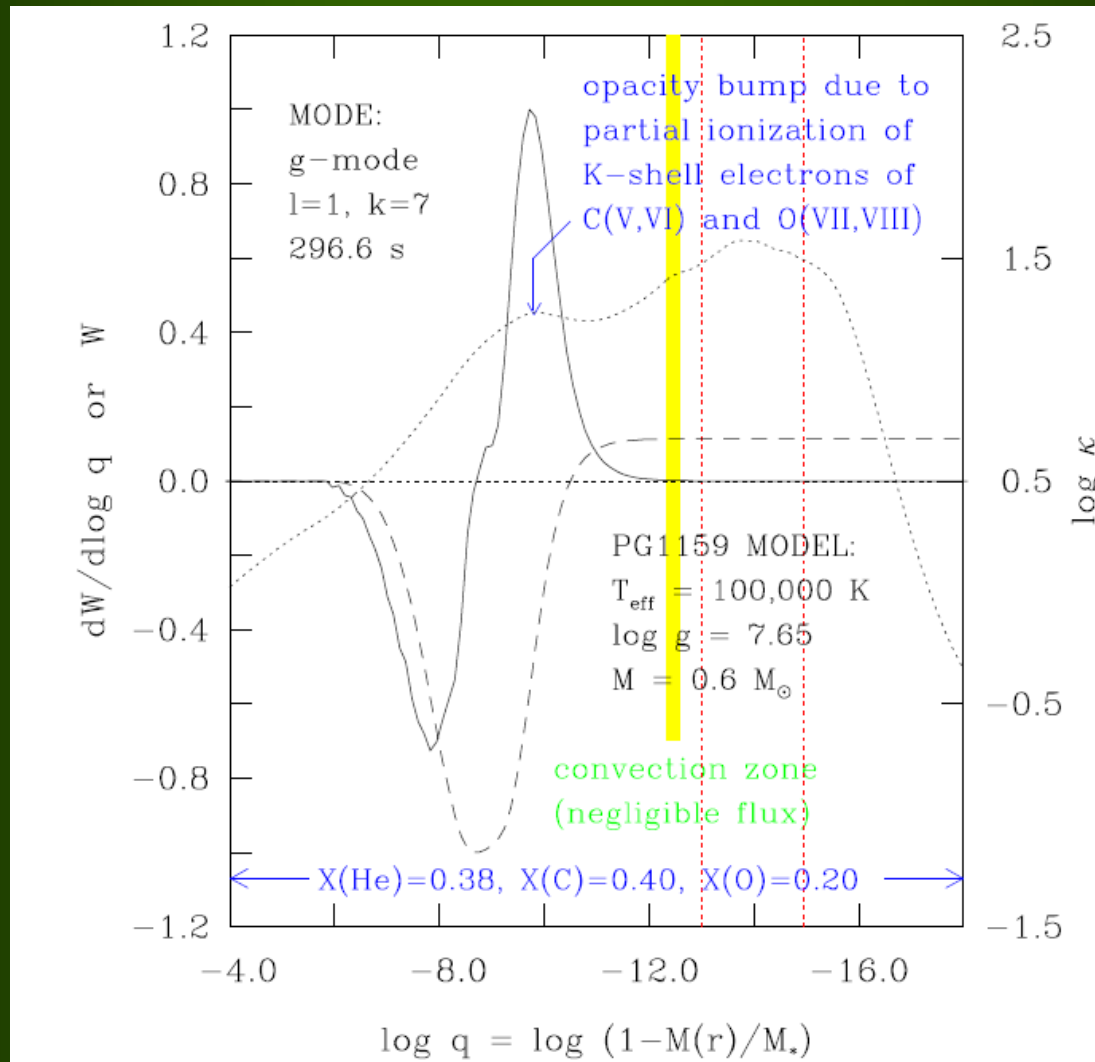
Mody p wyższych rzędów są tłumione przez warstwę położoną pomiędzy „bumpem” helowym i wodorowym.

Mody g wyższych rzędów są stabilne z powodu warunku na  $\tau_{th}$ .

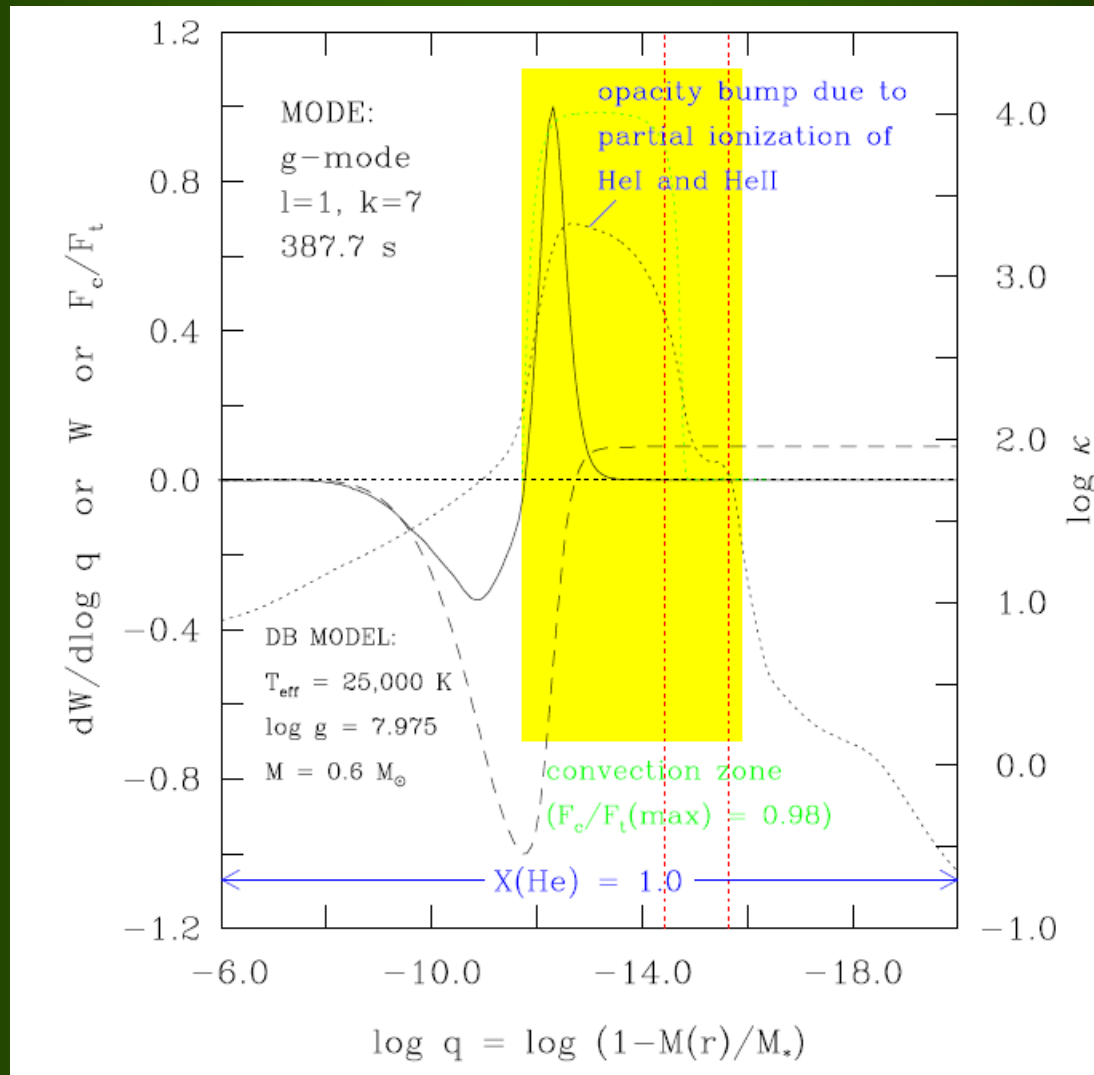




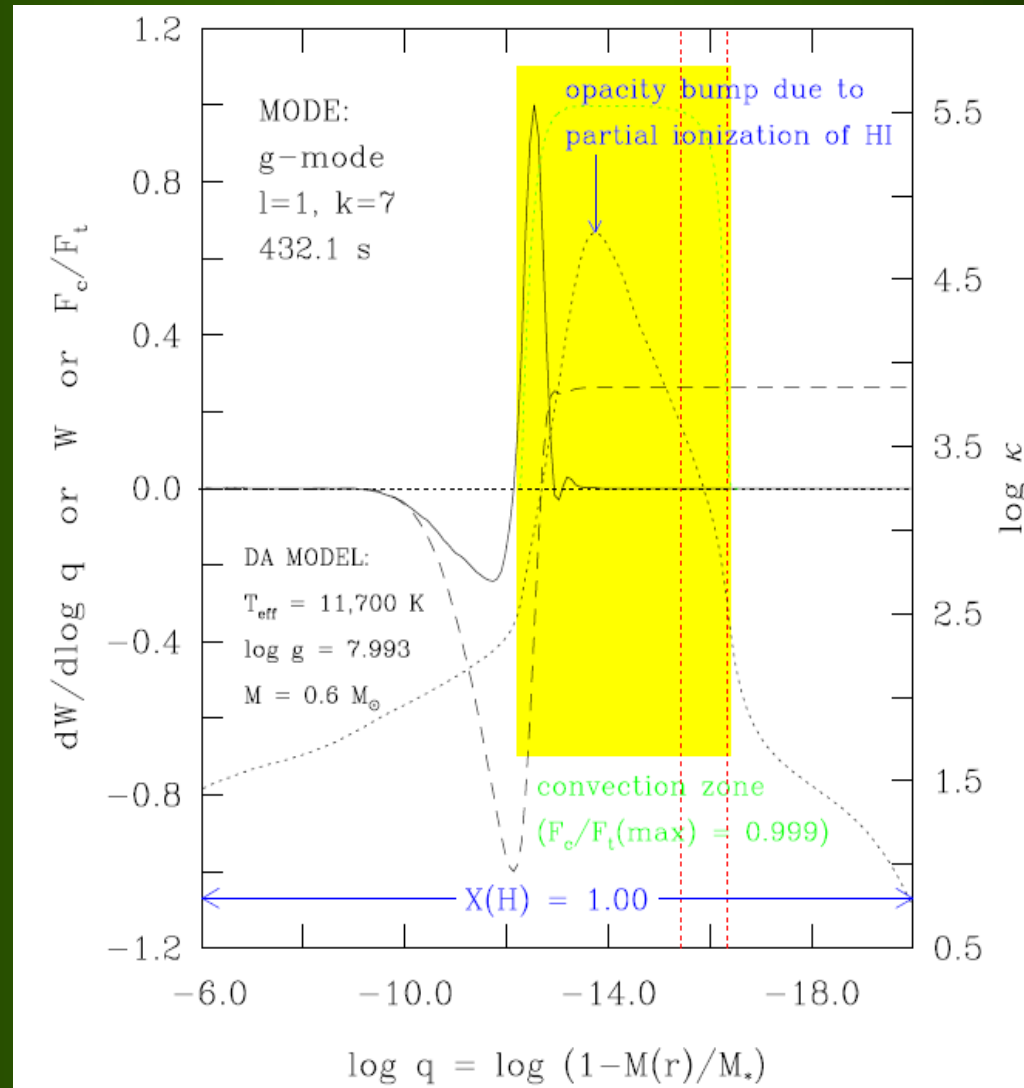
# Mechanizm napędzania/tłumienia dla modelu GW Vir



# Mechanizm napędzania/tłumienia dla modelu V777 Her



# Mechanizm napędzania/tłumienia dla modelu ZZ Cet



Często używanym znormalizowanego parametru niestabilności  $\eta \in [-1, 1]$  (Stelingwerf 1978)

$$\eta = \frac{W_+ - W_-}{W_+ + W_-}$$

$\eta > 0$  – wzbudzenie przeważa nad tłumieniem  
i mod oscylacji jest niestabilny

$\eta = 0$  warstwa neutralna

$\eta = 1$  wszędzie mamy napędzanie

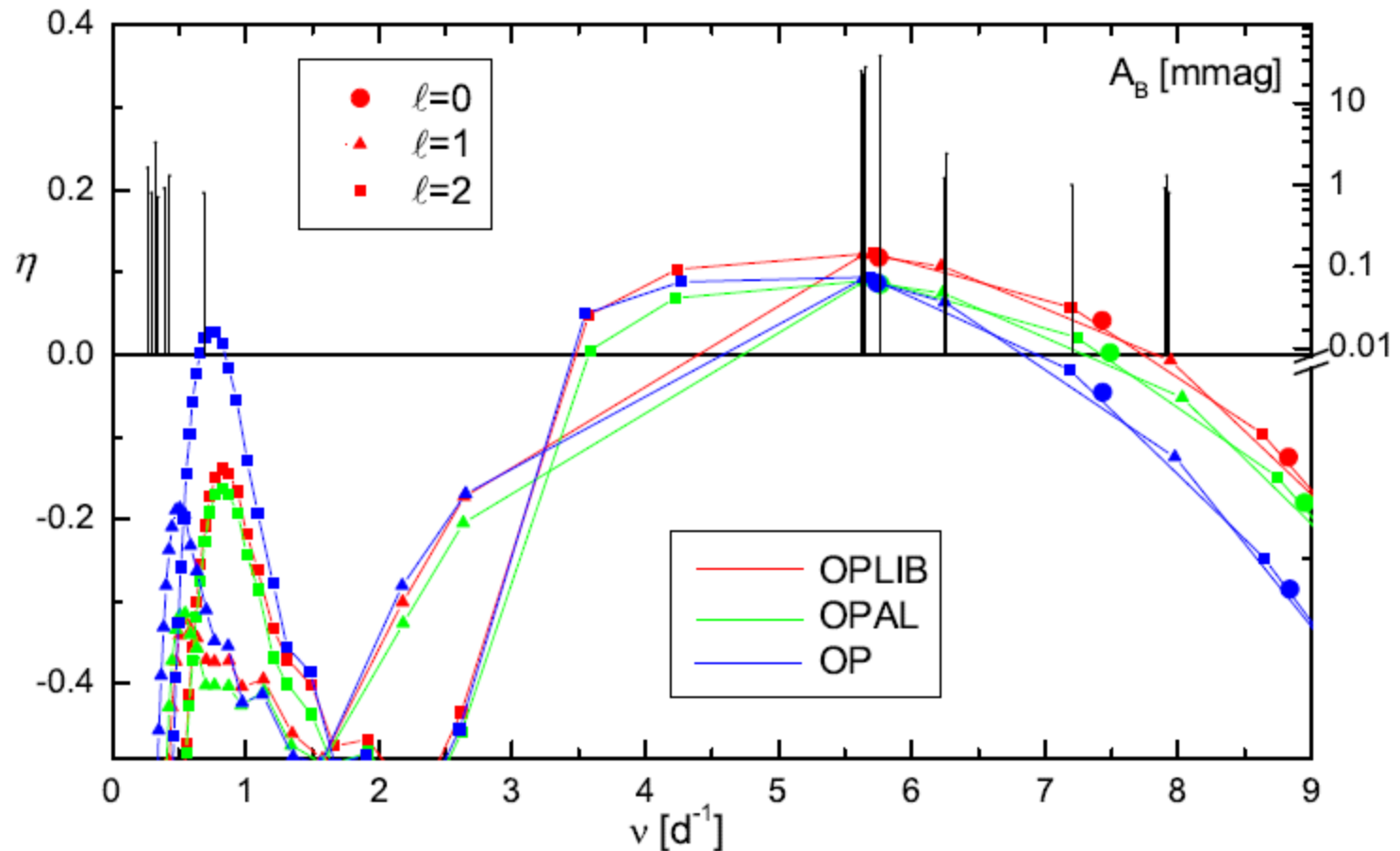
$\eta = -1$  wszędzie mamy tłumienie

$$\eta = \frac{W}{\int_0^1 \left| \frac{dW}{dr} \right| dr}$$

Parametr  $\eta$  możemy również wyrazić jako (Castor 1971)

$$\eta = 4\pi \frac{\omega_I}{\omega_R}$$

## Porównanie widma oscylacji $\nu$ Eri z danymi BRITE z modelami policzonymi dla różnych danych kappa



## Tablice nieprzezroczystości OPAL, OP, OPLIB

Źródła różnic między tablicami:

- Inne podejścia do liczenia nieprzezroczystości
- Równanie stanu
- Obfitości poszczególnych pierwiastków (2 - 5%)



„Bump” metalowy dla danych OP jest położony głębiej przy temperaturze  $\sim 15000-20000$  K wyższej.

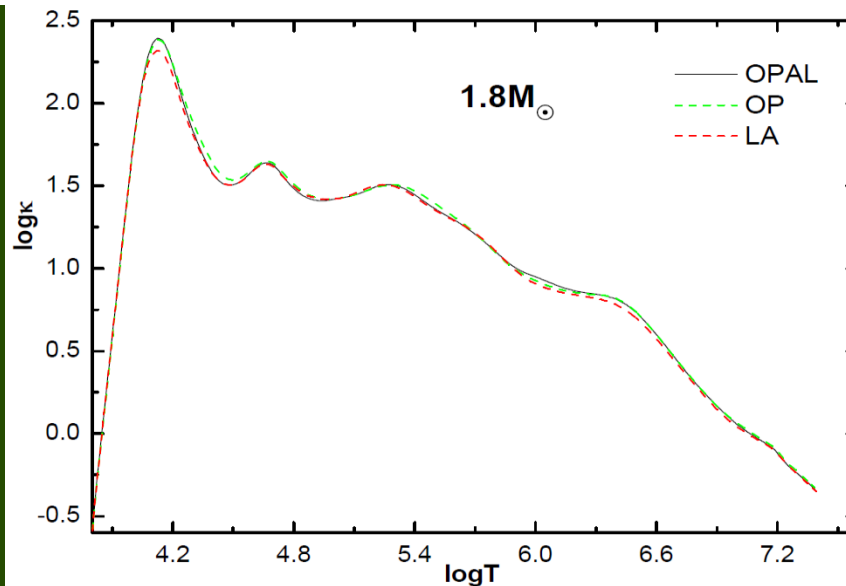
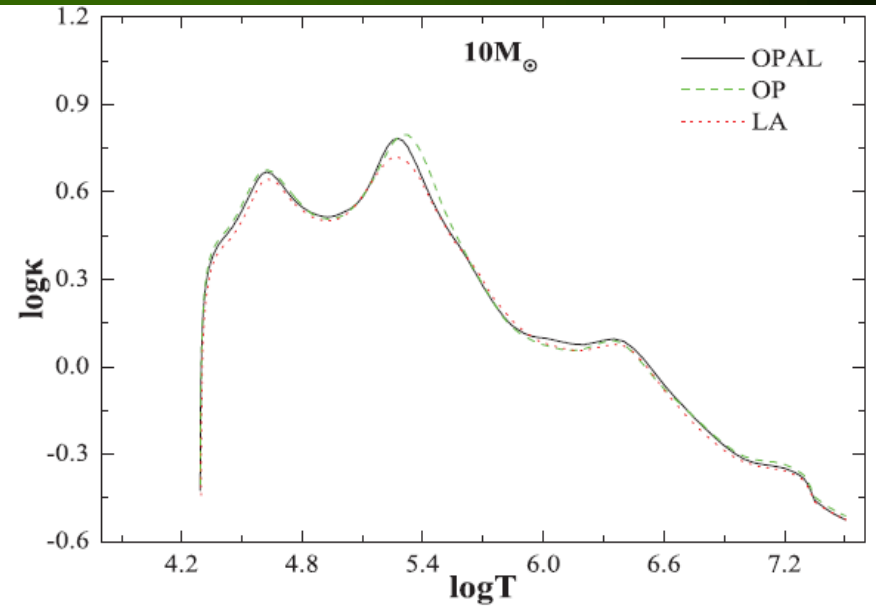
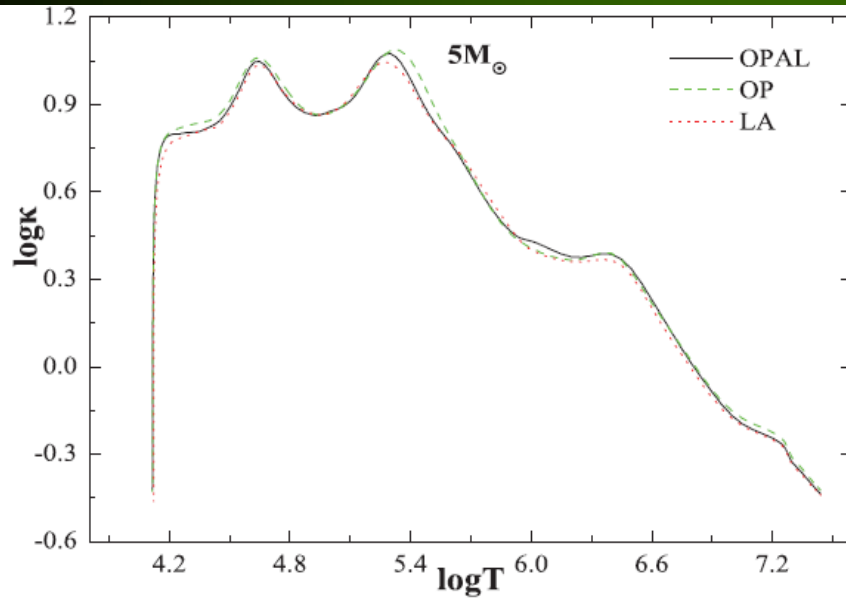
## **OPLIB – nieprzezroczystości Los Alamos**

Colgan et al. 2015, 2016

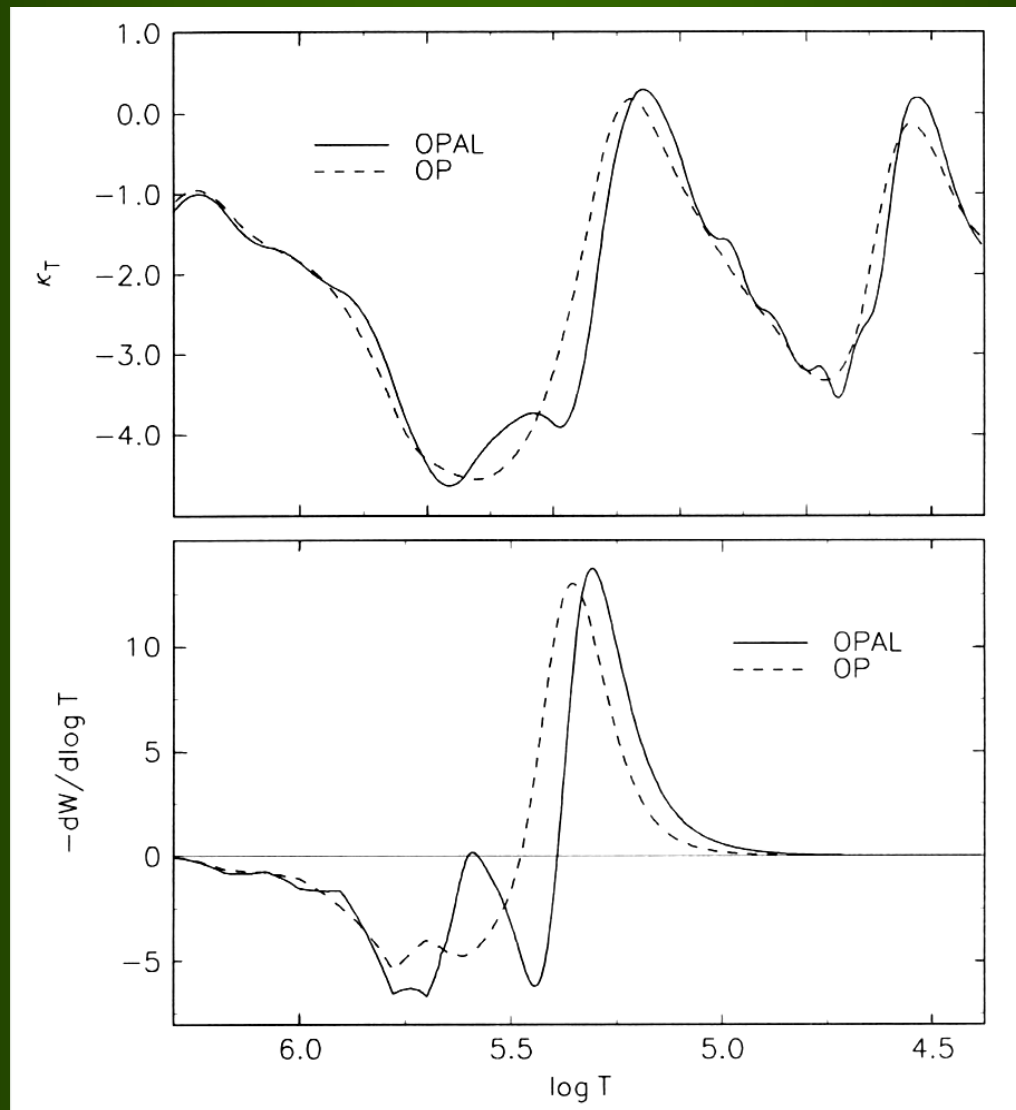
<http://aphysics2.lanl.gov/cgi-bin/opacrun/astro.pl>



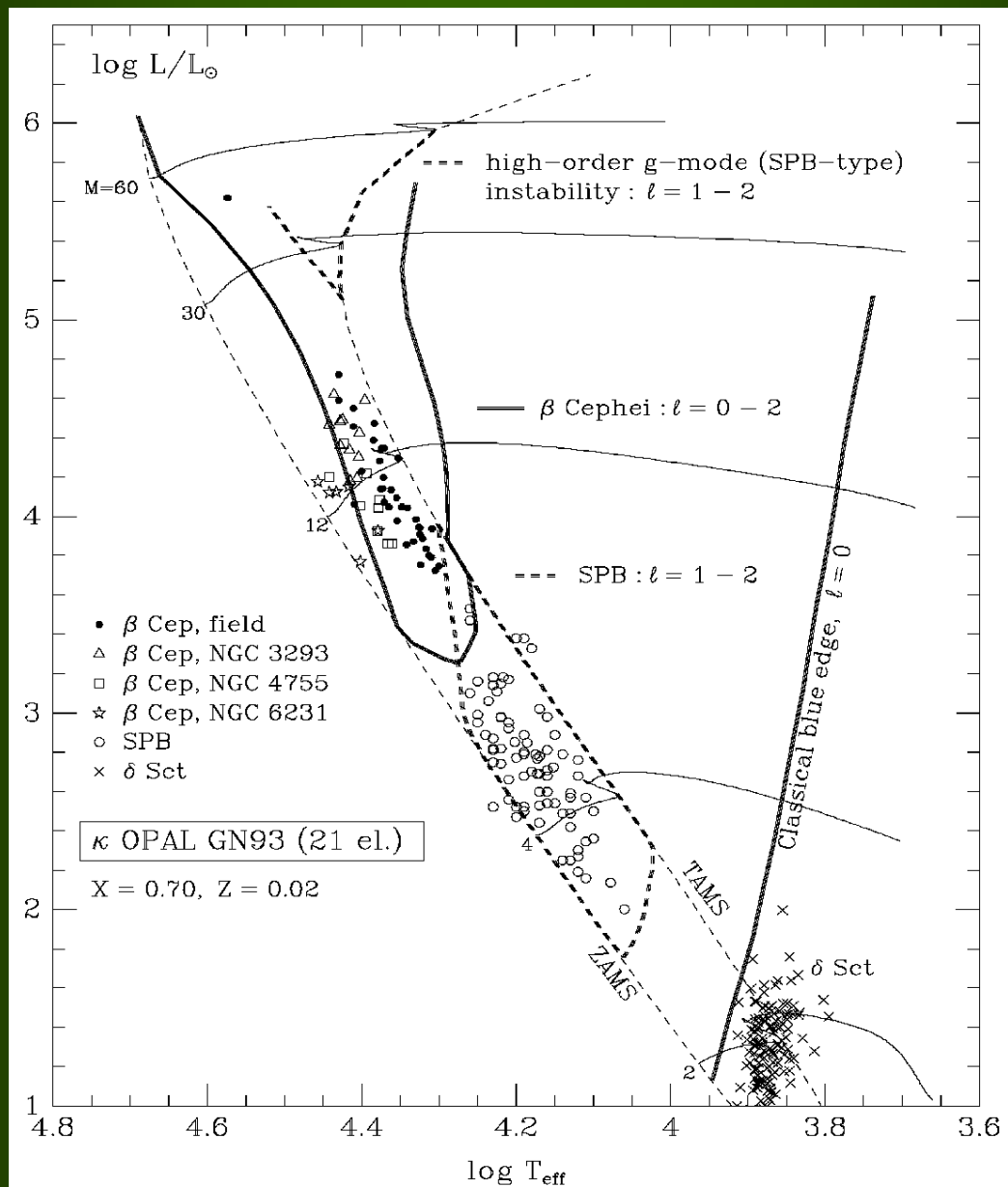
średnia Rosselanda  $\kappa$  dla modeli  $M=10, 5$  i  $1.8 M_{\odot}$   
o temperaturach odpowiednio  $\log T_{\text{eff}} = 4.196, 4.373, 3.850$



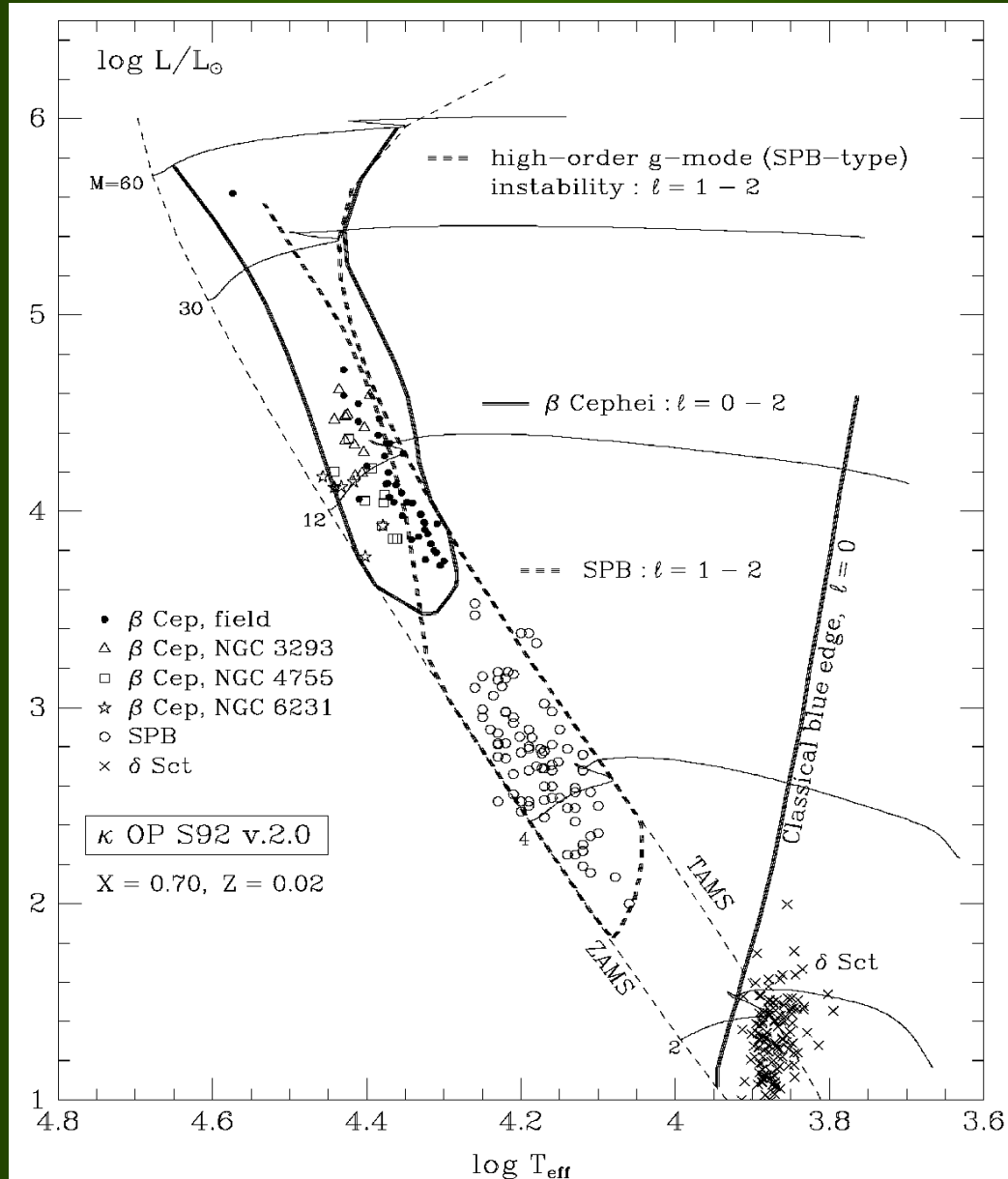
Różnice między OPAL i OP dla modelu  $\beta$  Cep ( $M=12M_{\odot}$ ,  $\log T_{\text{eff}}=4.24$ ) dla fundamentalnego modu radialnego. Mod ten jest niestabilny tylko dla OPAL.



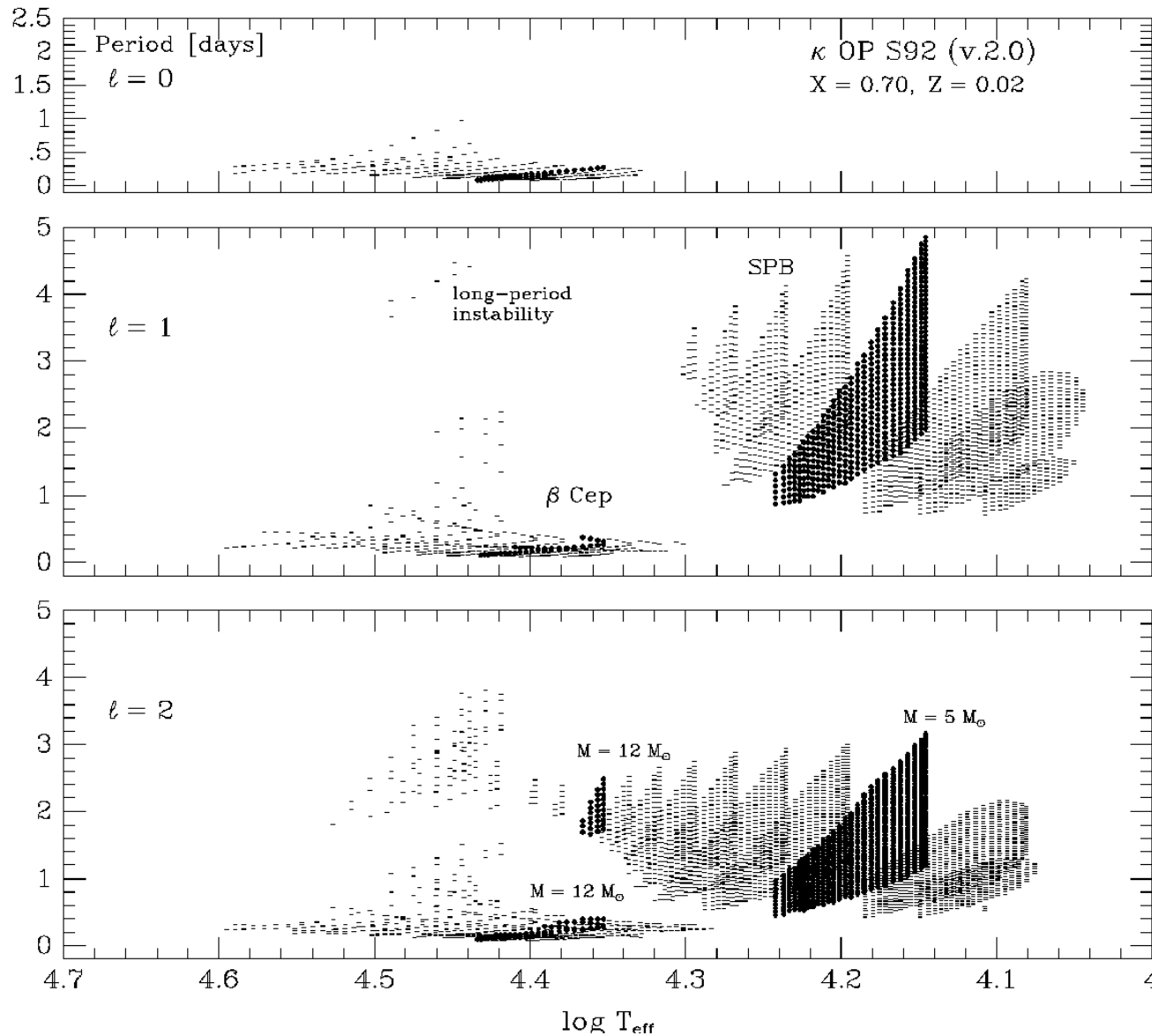
# Obszary niestabilności wyliczone z tablicami OPAL (1996)



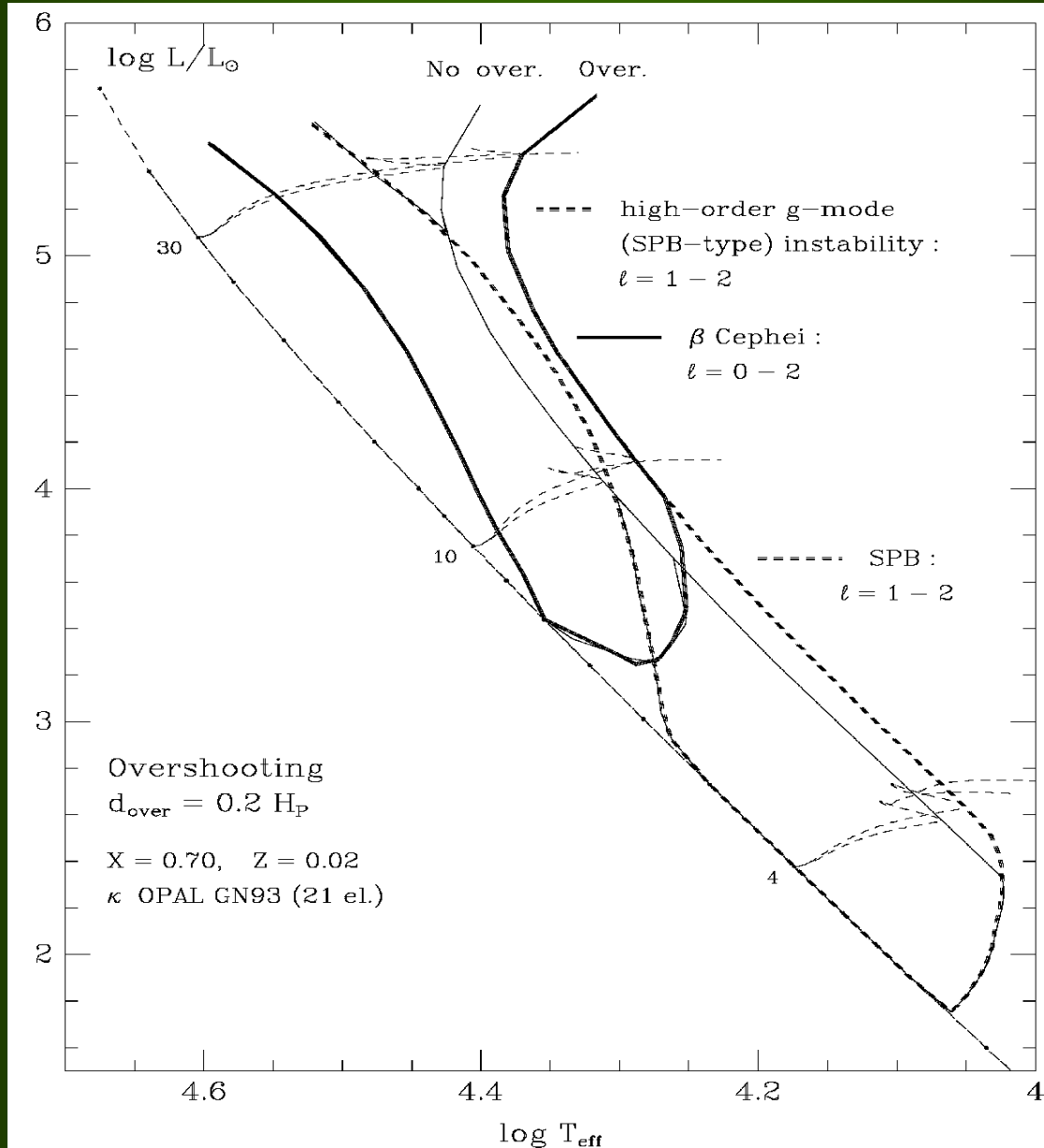
# Obszary niestabilności wyliczone z tablicami OP (1996)



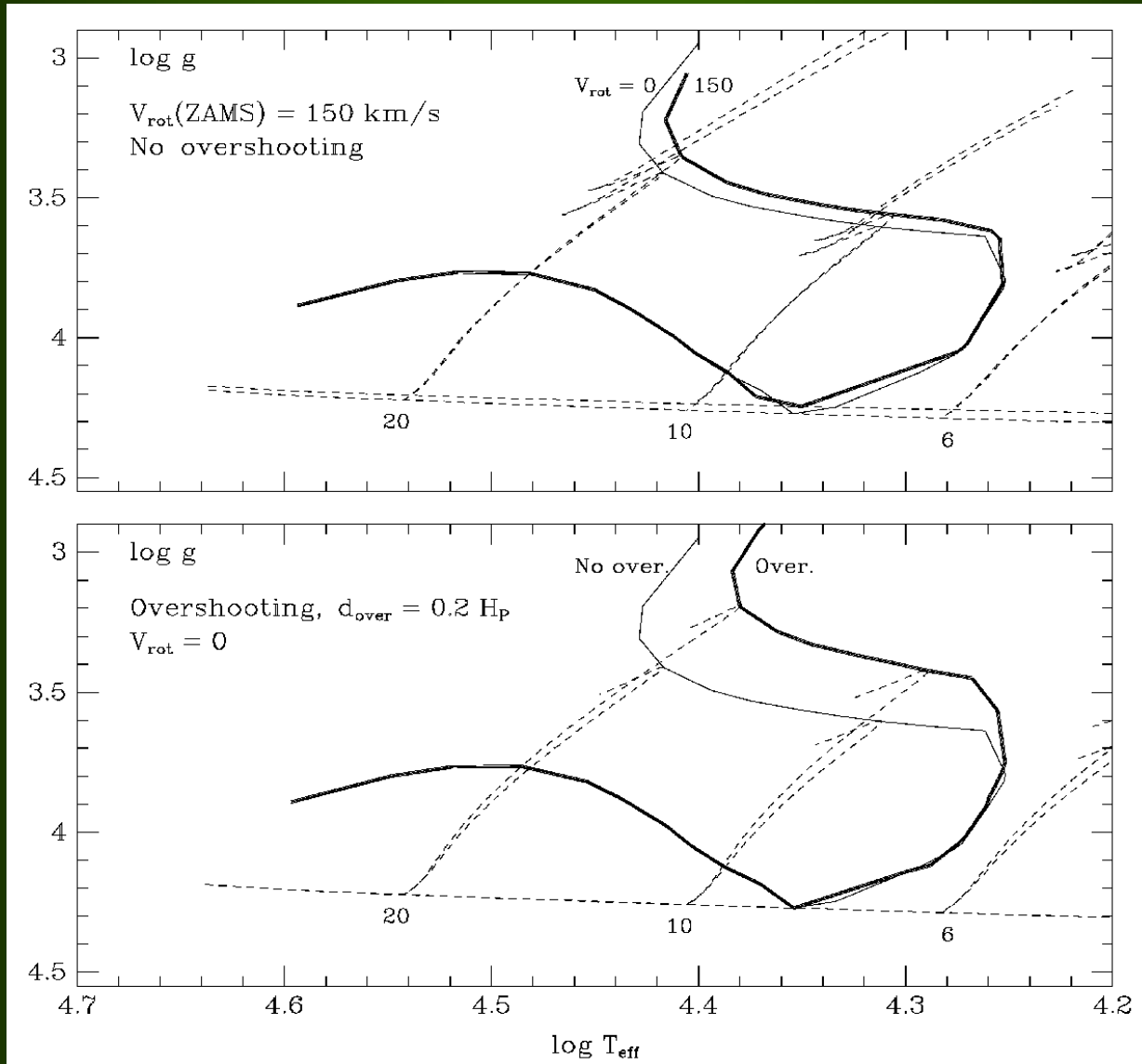
# Okresy modów niestabilnych w obszarze $\beta$ Cep i SPB



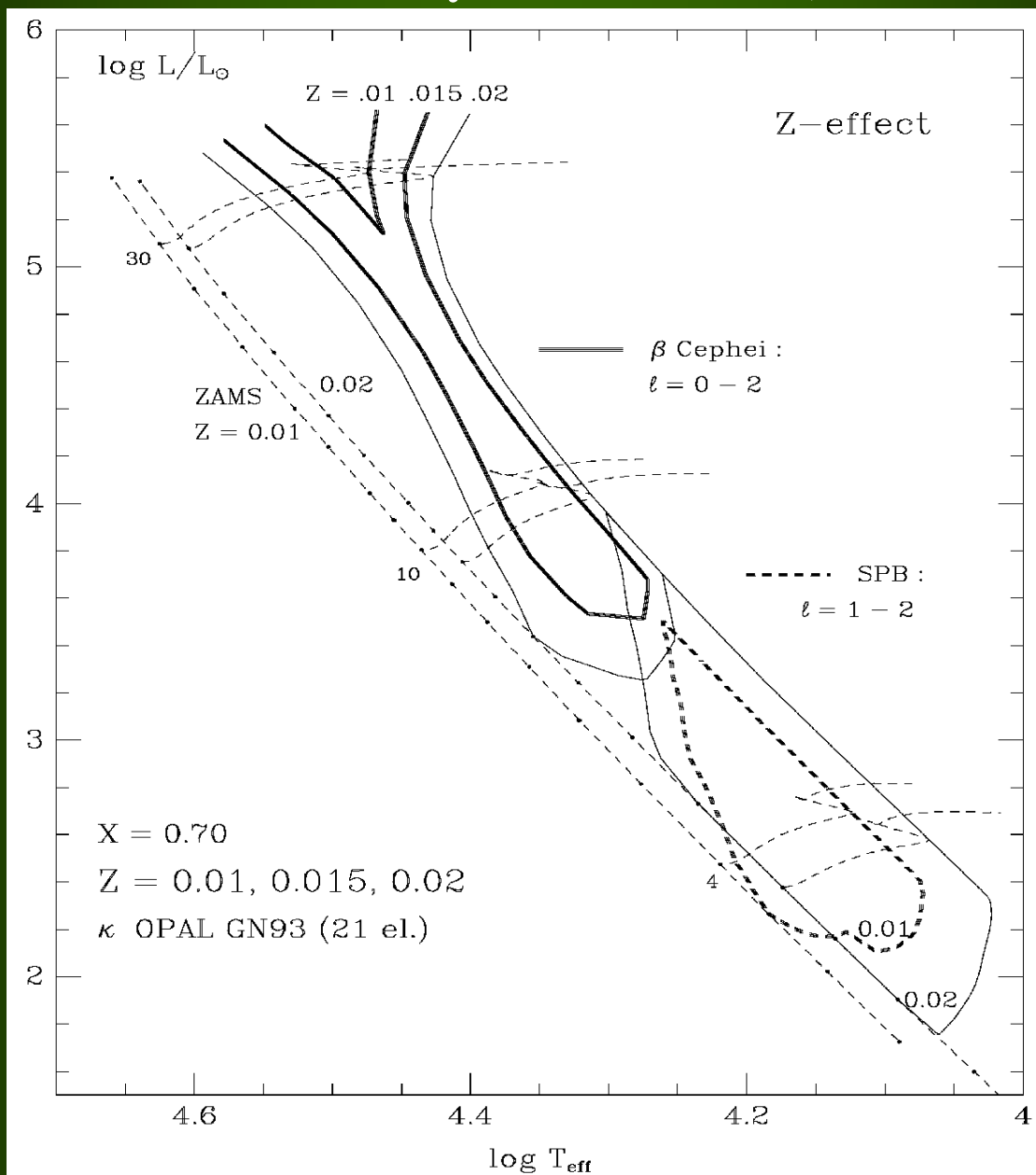
# Wpływ przestrzeliwania konwektywnego na obszary niestabilności.



# Wpływ rotacji na obszary niestabilności $\beta$ Cep.



# Efekt zmiany obfitości metali, Z.



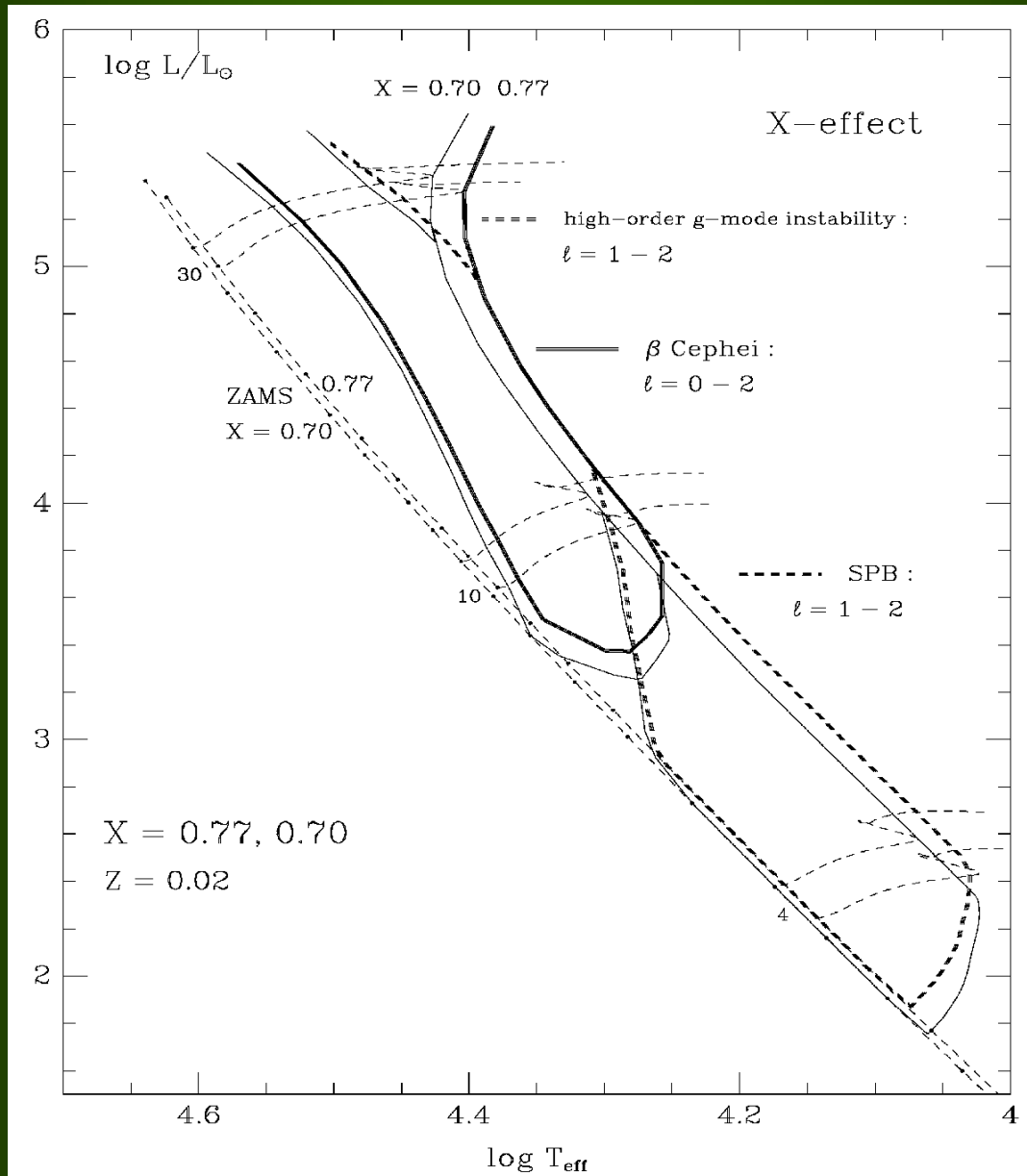


**Obfitość metali,  $Z$ , ma największy wpływ na obszary niestabilności gwiazd typu B.**

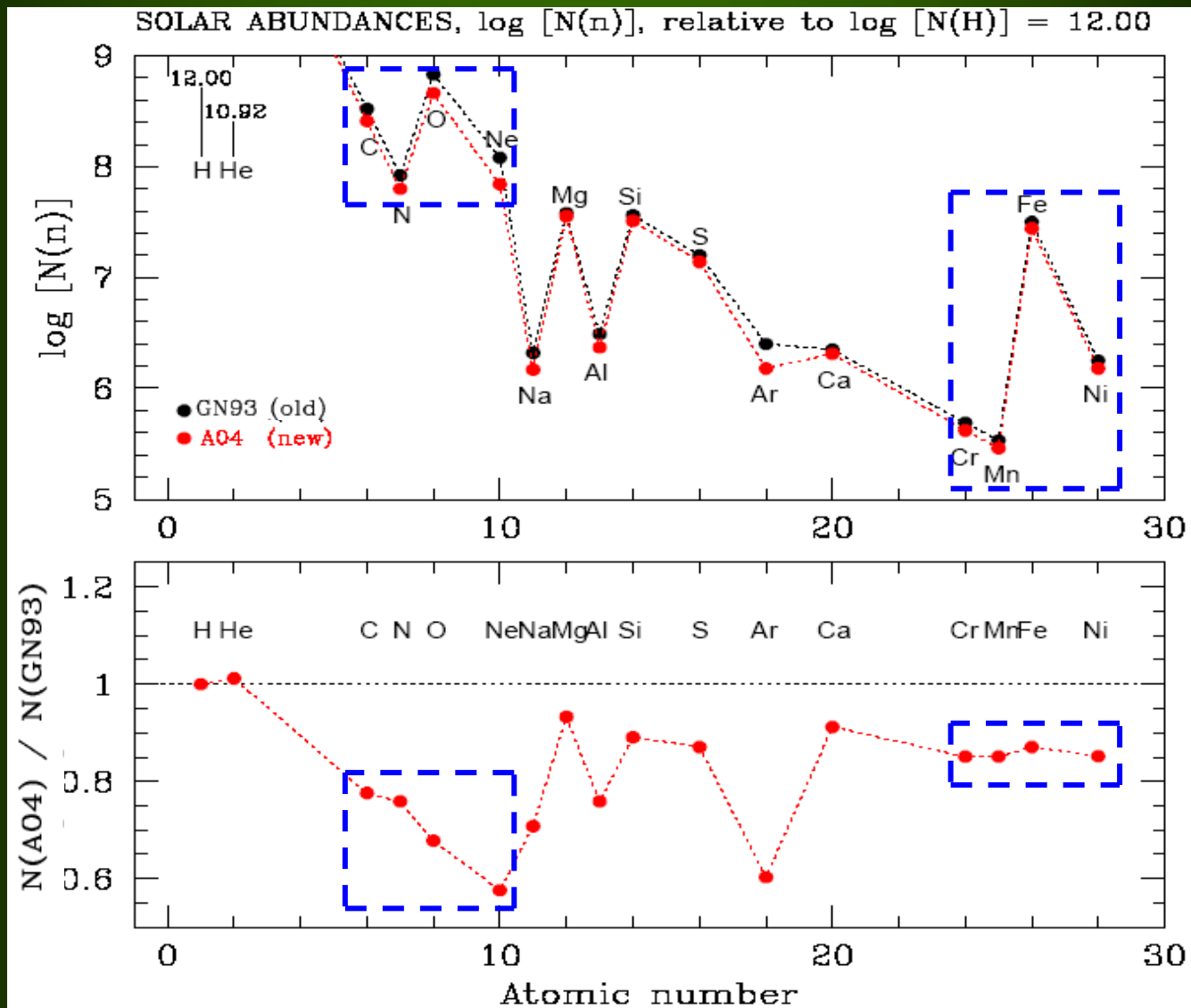
**Efekt ten jest dwojakiego rodzaju:**

- **zmiana struktury gwiazdy i jej ewolucji**
- **zmiany efektywności mechanizmu napędzania**

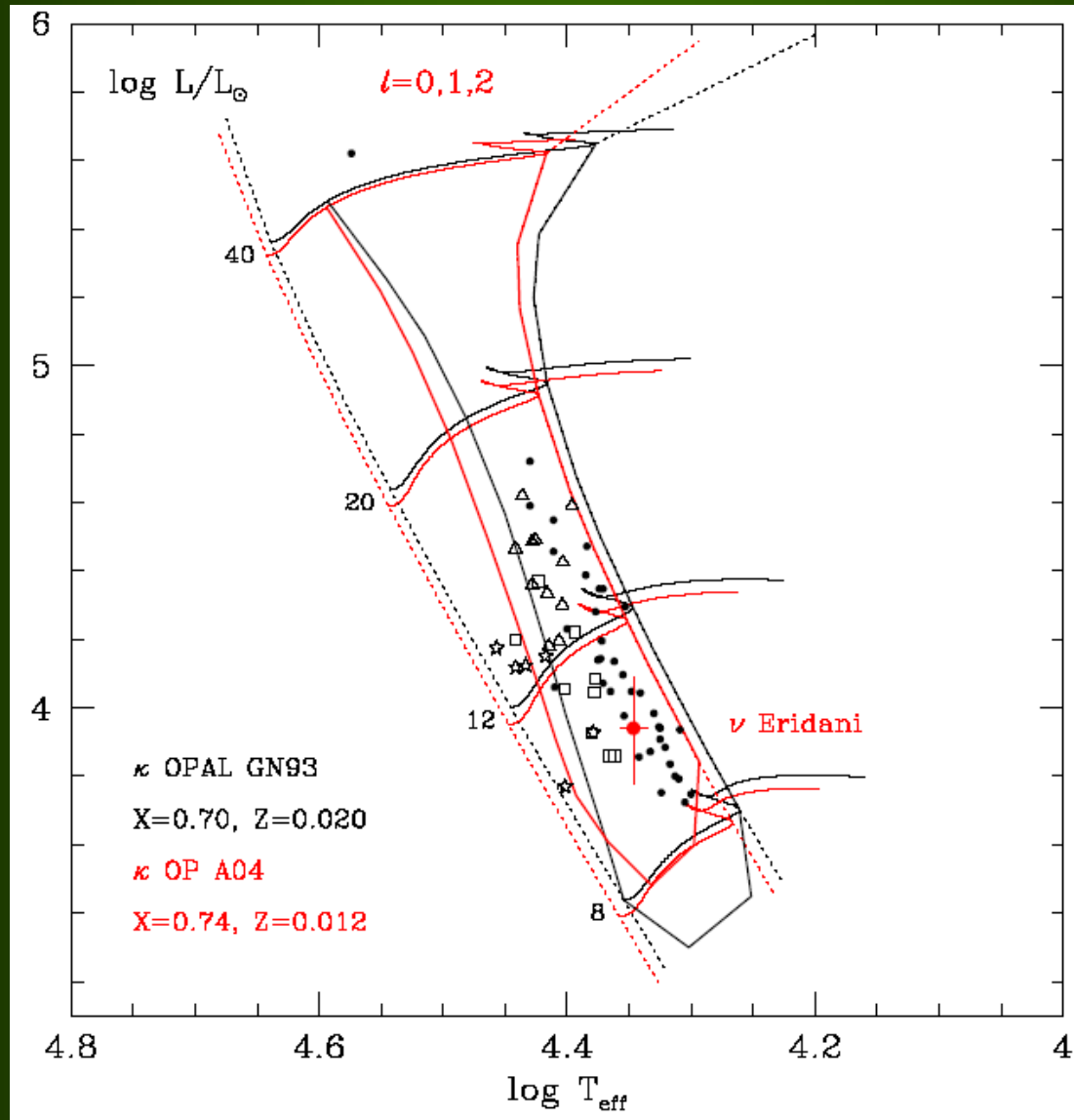
# Efekt zmiany początkowej obfitości wodoru, X.



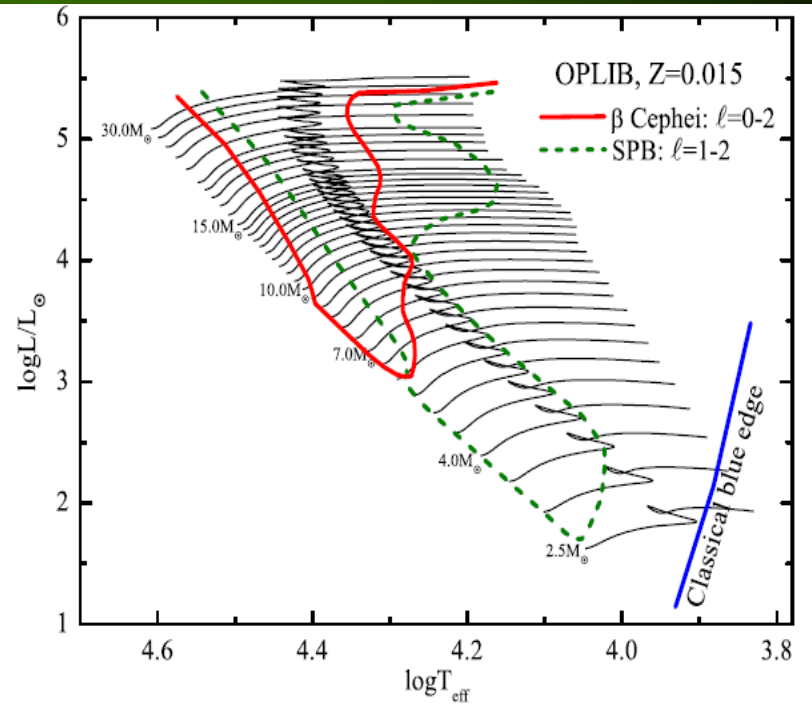
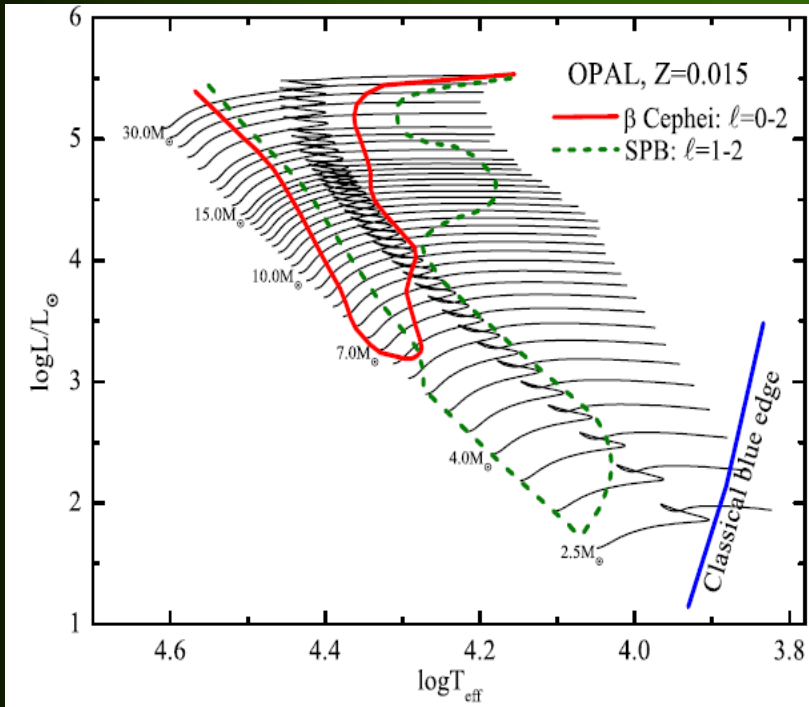
# Porównanie starego i nowego składu chemicznego Słońca

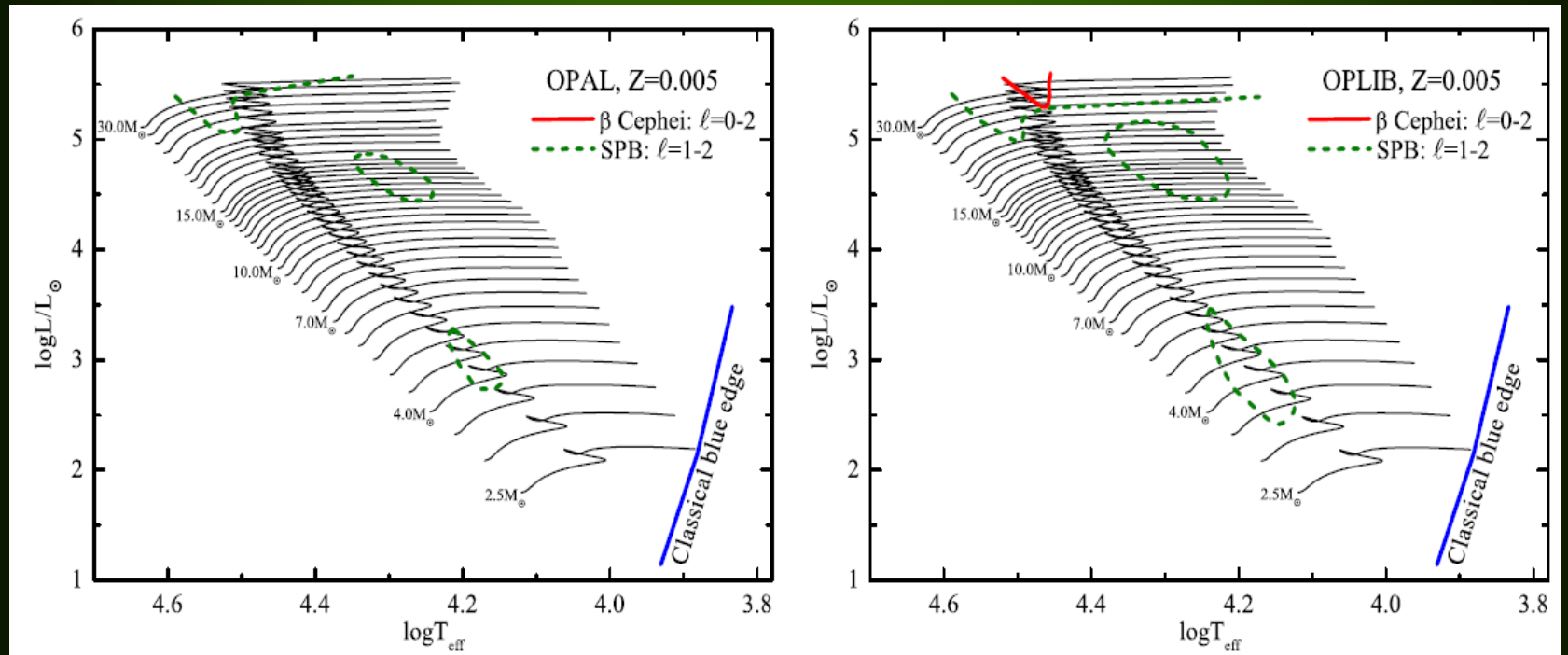


# Porównanie obszaru niestabilności $\beta$ Cephei: $\kappa$ OPAL GN93 $Z=0.02$ vs. $\kappa$ OP A04 $Z=0.012$



Source	$X$	$Y$	$Z$	$Z/X$
<b>Present-day photosphere:</b>				
Anders & Grevesse (1989) <sup>a</sup>	0.7314	0.2485	0.0201	0.0274
Grevesse & Noels (1993) <sup>a</sup>	0.7336	0.2485	0.0179	0.0244
Grevesse & Sauval (1998)	0.7345	0.2485	0.0169	0.0231
Lodders (2003)	0.7491	0.2377	0.0133	0.0177
Asplund, Grevesse & Sauval (2005)	0.7392	0.2485	0.0122	0.0165
Lodders, Palme & Gail (2009)	0.7390	0.2469	0.0141	0.0191
Present work	0.7381	0.2485	0.0134	0.0181
<b>Protosolar:</b>				
Anders & Grevesse (1989)	0.7096	0.2691	0.0213	0.0301
Grevesse & Noels (1993)	0.7112	0.2697	0.0190	0.0268
Grevesse & Sauval (1998)	0.7120	0.2701	0.0180	0.0253
Lodders (2003)	0.7111	0.2741	0.0149	0.0210
Asplund, Grevesse & Sauval (2005)	0.7166	0.2704	0.0130	0.0181
Lodders, Palme & Gail (2009)	0.7112	0.2735	0.0153	0.0215
Present work	0.7154	0.2703	0.0142	0.0199





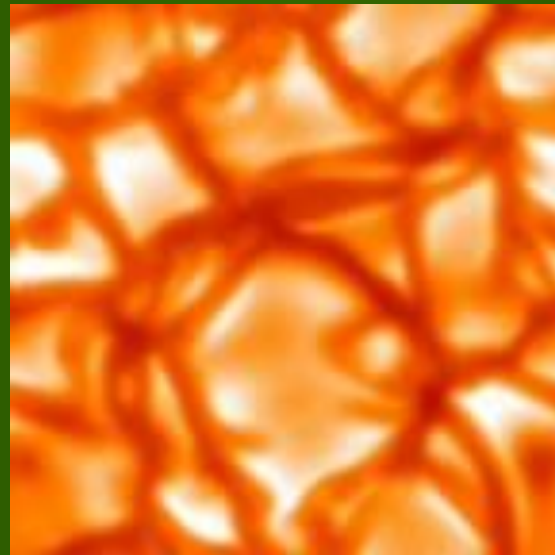
# STOCHASTYCZNE WZBUDZANIE OSCYLACJI

Oscylacje Słońca -- Leighton, Noyes & Simon (1962)

Jeśli uwzględnimy konwekcję, to z obliczeń pulsacyjnych dostajemy, że oscylacje leżące po chłodnej stronie klasycznego pasa niestabilności, w tym słoneczne, są liniowo stabilne.



**Źródłem fal dźwiękowych jest stochastyczne pole prędkości w warstwach konwektywnych, gdzie ruch odbywa się z prędkością bliską  $c_s$  (Lighthill 1952, Stein 1967).**



Oscylacje słoneczne są **drzganiami tłumionymi** wzbudzonymi przez **konwekcję**.

Główny efekt wzbudzania zachodzi w cienkiej warstwie podfotosferycznej , gdzie prędkości są zbliżone do  **$c_s$**  .

**Rozkład amplitudy,  $A(t)$ , danego modu oscylacji opisuje równanie oscylatora tłumionego:**

$$\frac{d^2 A}{dt^2} + 2\eta \frac{dA}{dt} + \omega_0^2 A = f(t)$$

**$f(t)$  - siła wymuszająca**

**$\eta$  - liniowe tempo tłumienia,  $\eta = -\omega_I$**

## Transformata Fouriera:

$$\tilde{A}(\omega) = \int A(t)e^{i\omega t} dt, \quad \tilde{f}(\omega) = \int f(t)e^{i\omega t} dt$$

Z poprzedniego równania wynika:

$$-\omega^2 \tilde{A} - 2i\eta\omega \tilde{A} + \omega_0^2 \tilde{A} = \tilde{f}$$

Rozkład widma mocy oscylatora

$$P(\omega) = |\tilde{A}(\omega)|^2 = \frac{|\tilde{f}(\omega)|^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\eta^2\omega^2}$$

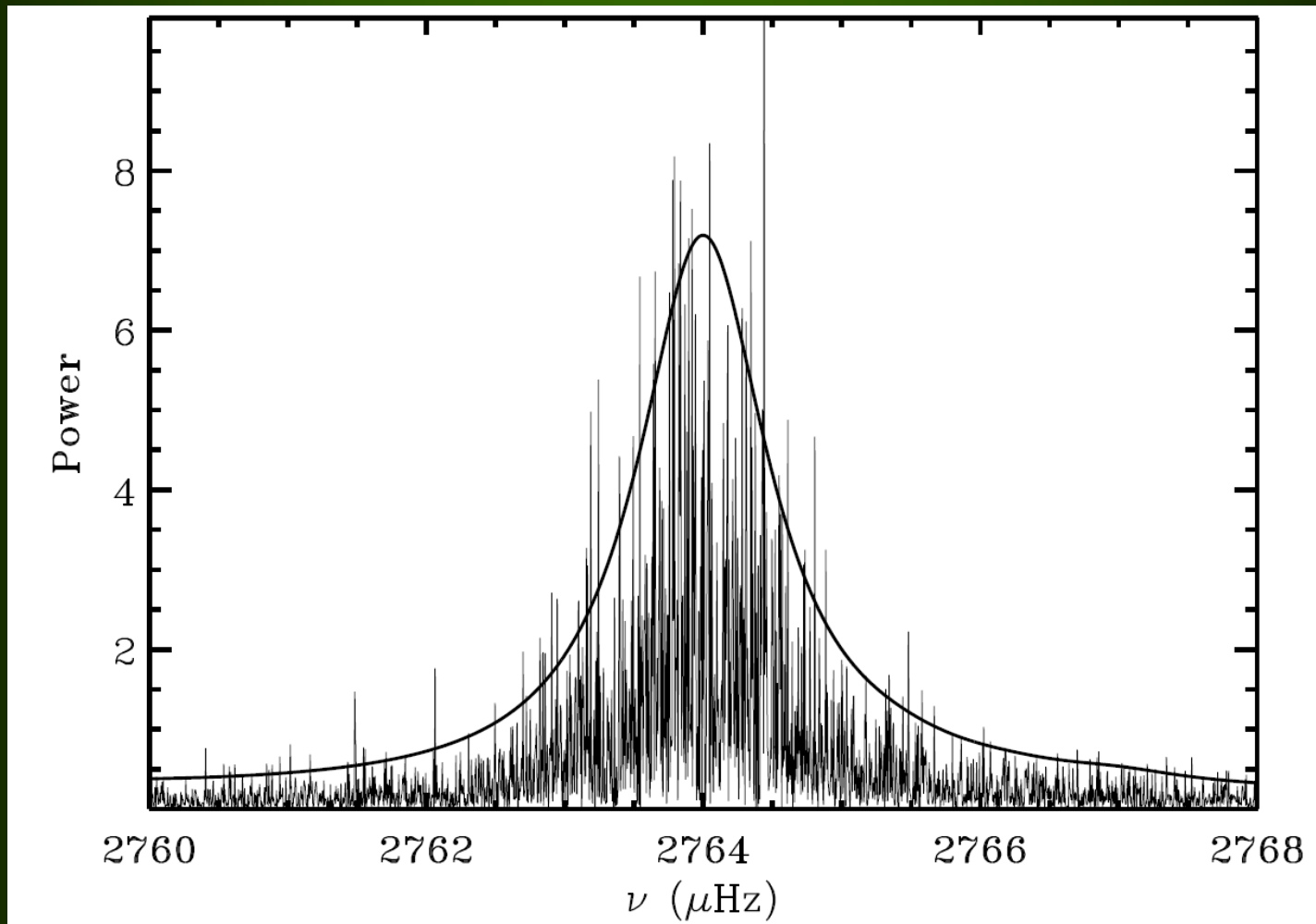
## Rozkład widma mocy w okolicy $\omega_0$ :

$$\langle P(\omega) \rangle \simeq \frac{1}{4\omega_0^2} \frac{\langle P_f(\omega) \rangle}{(\omega - \omega_0)^2 + \eta^2} ,$$

$\langle P_f(\omega) \rangle$  > średnia siły wymuszającej

$\langle P_f(\omega) \rangle$  > jest wolnozmienną funkcją częstotliwości, więc dostajemy **profil Lorentza**, o szerokości wyznaczonej przez tempo tłumienia  $\eta$ .

# Widmo oscylacji słonecznych modu radialnego na podstawie obserwacji dopplerowskich BiSON (Birmingham Solar Oscillation Network)



**Jeśli czas obserwacji modu jest krótki  
w porównaniu z czasem tłumienia,  $\eta^{-1}$ ,  
to rozkład energii jest eksponencjalny**

$$p(E)dE = \langle E \rangle^{-1} \exp(-E/\langle E \rangle)dE$$

$$E \sim A^{1/2}$$

**$\langle E \rangle$  energia średnia**

## Oscylacje na Słońcu:

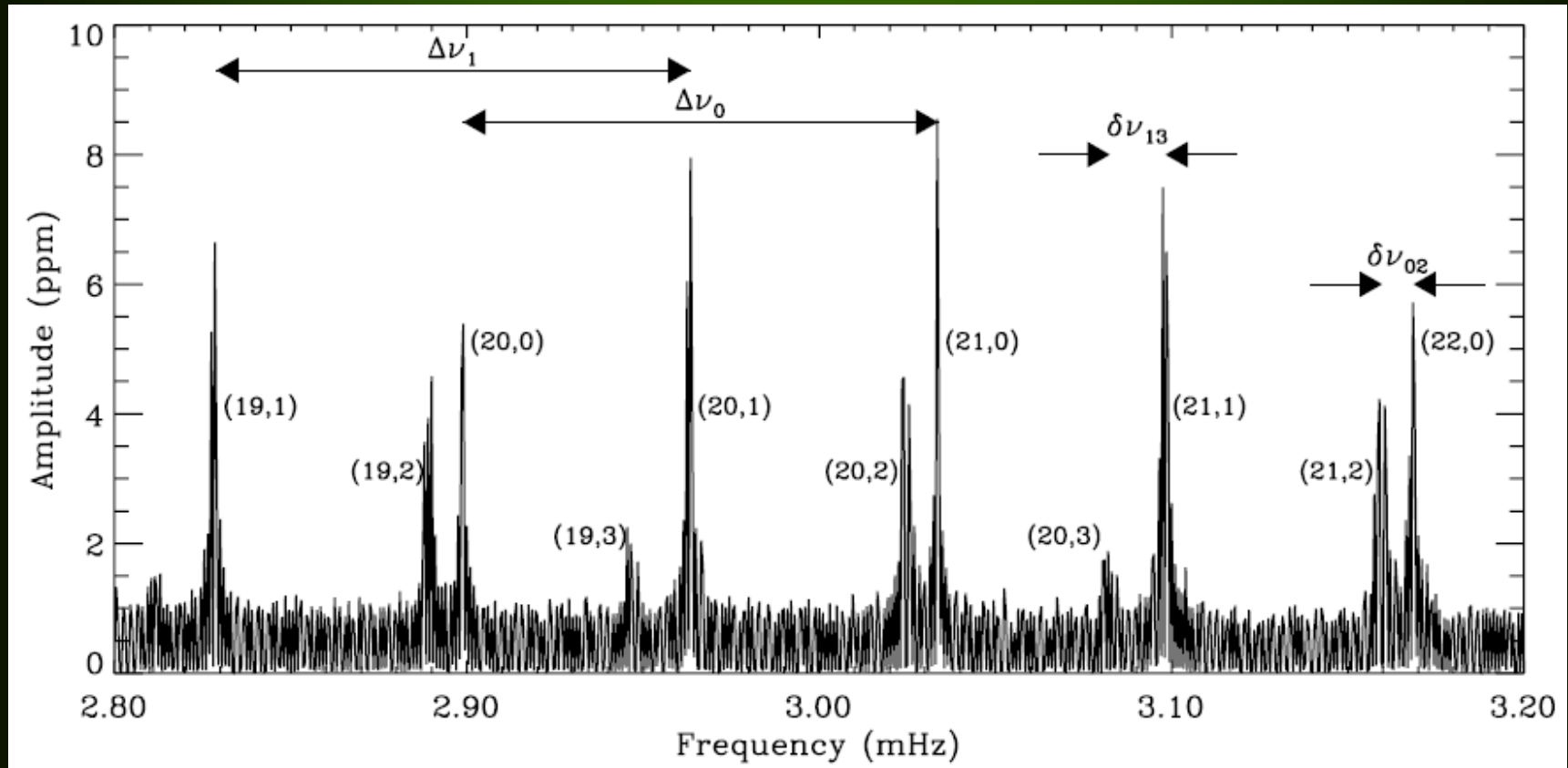
- amplitudy zmian jasności:  $\sim 2 \mu\text{mag}$
- amplitudy zmian prędkości radialnej pojedynczego modu oscylacji:  $\sim 20 \text{ cm/s}$
- okresy oscylacji: 3-15 min
- czas życia: rzędu dni, tygodni (godziny- miesiące)
- liczba modów: rzędu  $10^6$ - $10^7$



Powiększenie małego kawałka widma oscylacji **Słońca**.

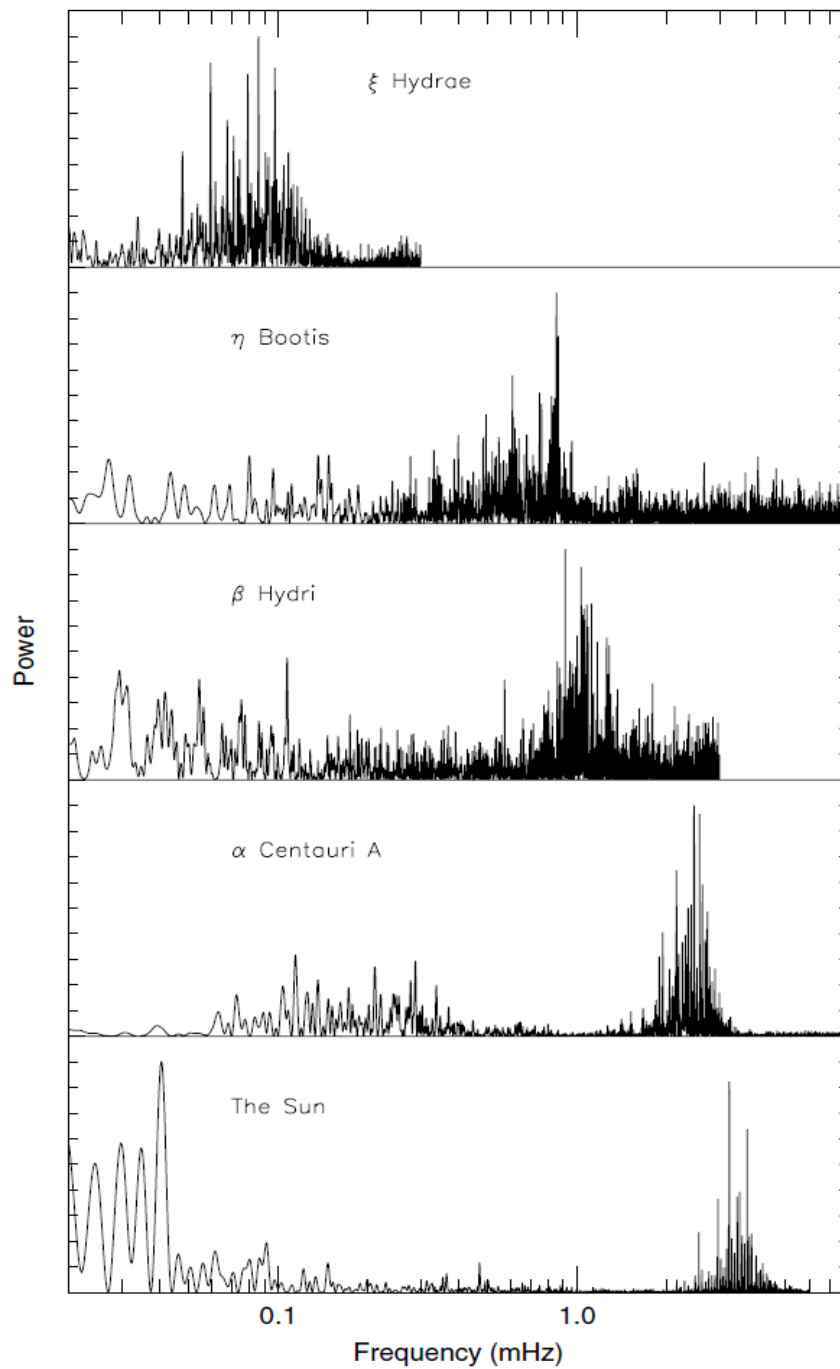
Liczby przy pikach oznaczają wartości  $(n,\lambda)$ .

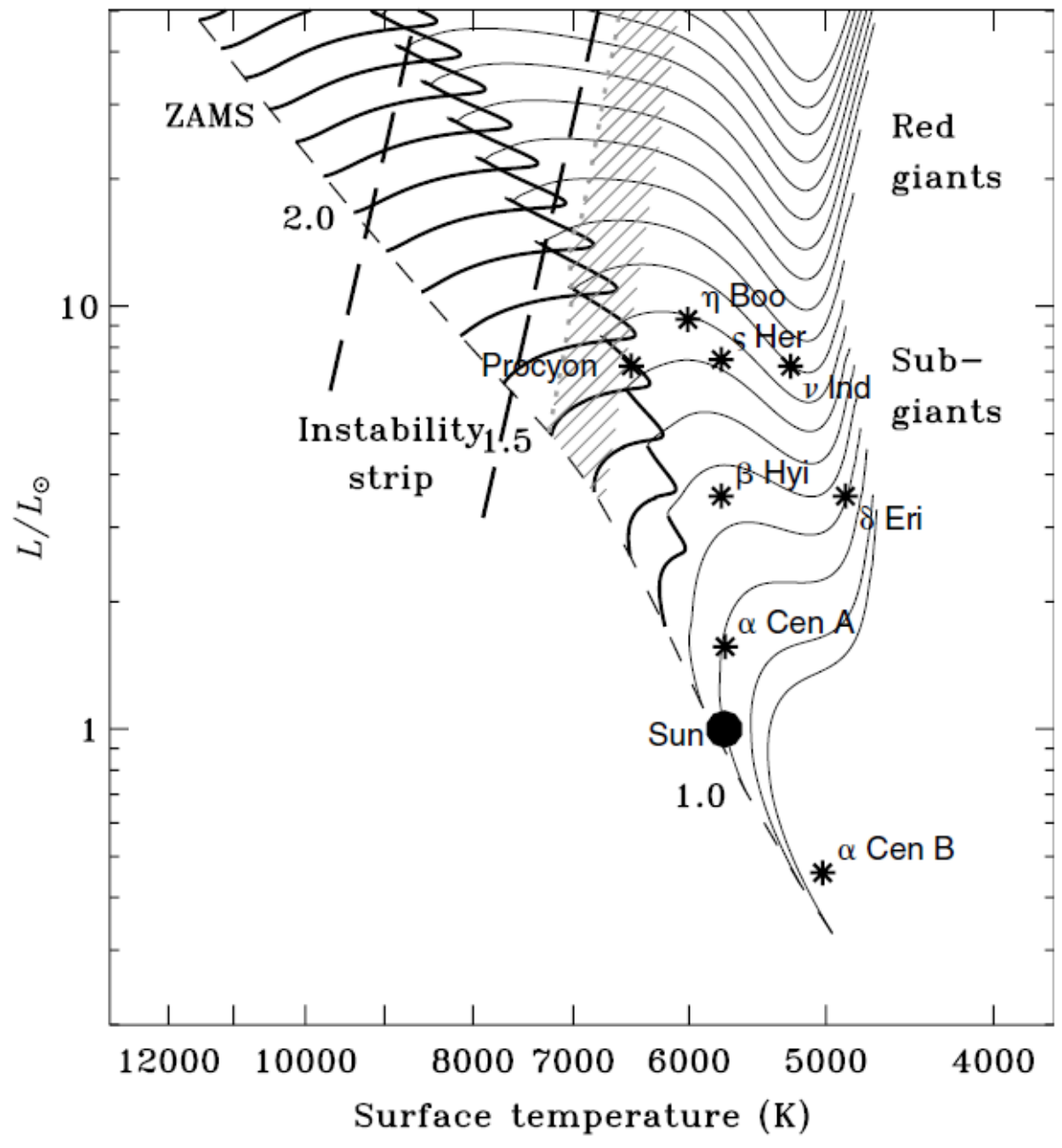
$\Delta\nu$  - duże odstęp,  $\delta\nu$  - małe odstęp.

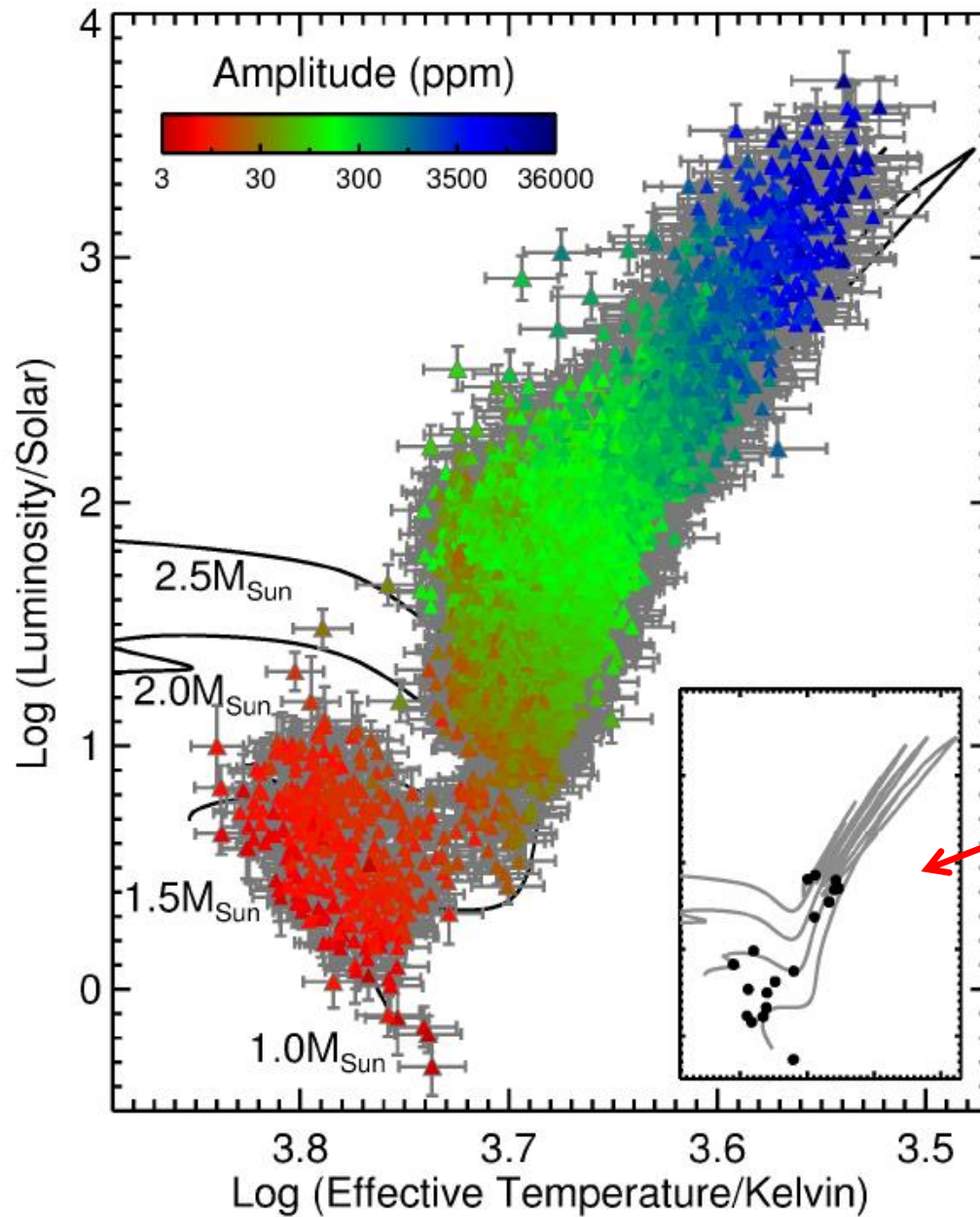


Pomiary wielkości  $\Delta\nu$  i  $\delta\nu$  dają informację odpowiednio o średniej gęstości i składzie chemicznym jądra.

**„solar-like oscillations”** - oscylacje wzbudzone  
stochastycznie przez turbulentną konwekcję







~2008  
przed CoRoT