

Budowa i Ewolucja Gwiazd
II rok Astronomii (Studia I-go stopnia)
Rok akademicki 2017/2018
Lista nr 2

1. Pokazać, że wskaźniki barwy są niezależne od odległości.
2. Zakładając, że jasność gwiazdy można opisać przybliżeniem Wiena (np. równanie 2.16 w książce Christensena-Dalsgaard), wyrysować
 - (a) $U - B$ oraz $B - V$ w funkcji temperatury,
 - (b) $U - B$ w funkcji $B - V$.

Wskazówka: założyć, że funkcja odpowiedzi danego filtra jest dana przez funkcję delta Diraca $S_{i,\lambda} = \delta(\lambda - \lambda_i)$, gdzie $\lambda_U = 3700 \text{ \AA}$, $\lambda_B = 4450 \text{ \AA}$, $\lambda_V = 5500 \text{ \AA}$. Odpowiednie stałe wyznaczyć zakładając $(U - B)_\odot = 0.13$, $(B - V)_\odot = 0.65$ oraz temperaturę Słońca na powierzchni $T = 5778 \text{ K}$.

3. Dla 100 najjaśniejszych gwiazd znaleźć wyznaczenia T_{eff} i $\log L/L_\odot$ i umieścić je na diagramie HR. następnie nanieść linie stałych promieni gwiazd. Omówić jak zmienia się R wzdłuż ciągu głównego oraz jakie są wartości R dla olbrzymów i nadolbrzymów.
4. Korzystając z odpowiedniego równania wykreślić funkcję $(M_r/M)(r/R)$, gdzie M oznacza masę całkowitą, a R promień całkowity, dla gęstości $\rho(r)$ zadanej formułami:
 - a) $\rho(r) = \text{const}$,
 - b) $\rho(r) \sim r^{-1}$,
 - c) $\rho(r) \sim r^{-2}$,
 - d) $\rho(r) \sim [r^2(r + 1)]^{-1}$.
5. Rozwiązać równanie równowagi hydrostatycznej dla jednorodnej kuli ($\rho = \text{const}$) o masie M i promieniu R przy założeniu, że $p(R) = 0$. Pokazać, że ciśnienie w środku kuli wynosi $p(0) = \frac{3}{8\pi} \frac{GM^2}{R^4}$. Jaki wynik uzyskamy, jeśli gęstość będzie liniowo malejącą funkcją promienia, tzn. $\rho(r) = \rho_c (1 - \frac{r}{R})$? W szczególności, jaki jest związek między ρ_c a średnią wartością gęstości, $\langle \rho \rangle = \frac{3M}{4\pi R^3}$?
6. Całkowita moc promieniowania Słońca wynosi $L_\odot \approx 3.86 \cdot 10^{33} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$. Podczas syntezy 4 jąder wodoru w jeden atom He^4 wydzielane jest 26.2 MeV energii. Wyliczyć:
 - strumień neutronów słonecznych na orbicie Ziemi, wyrażony jako ilość neutronów przelatujących przez 1 cm^2 w ciągu 1 s,
 - masę zamienianą w energię w czasie 1 s (wynik wyrazić również w jednostkach masy Słońca na rok).
7. Wychodząc z rozkładu Maxwella w postaci

$$f(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} v^2 dv$$

pokazać, że rozkład ten według energii cząstek ma postać

$$f(E)dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-3/2}e^{-E/kT}\sqrt{E}dE,$$

natomiast według pędów

$$f(p)dp = \frac{4}{\sqrt{\pi}}(2mkT)^{-3/2}e^{-p^2/2mkT}p^2dp.$$

8. Wychodząc z rozkładu Maxwella pokazać, że $\int_0^\infty f(v) dv = 1$ oraz $v_p < \bar{v} < v_{rms}$, gdzie v_p oznacza prędkość najbardziej prawdopodobną, \bar{v} – prędkość średnią, natomiast v_{rms} – pierwiastek średniej kwadratu prędkości.
9. Wyprowadzić dla gazu doskonałego zależność $C_p - C_v = R$ oraz równanie adiabaty $TV^{\gamma-1} = \text{const}$, $\gamma = C_p/C_v$.

Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz